

テクニカルノート

熱中性子におけるマックスウェル平均断面積についての注意

熱中性子断面積とは、0.0253 eV の中性子との反応断面積である。しかし、実験データの中には「マックスウェル平均断面積」として報告されるものがある。この定義は以下のような曖昧さがあるので注意が必要である。

マックスウェル分布は、以下の式で与えられる。

$$dn = \frac{4n_T}{v_0^3 \sqrt{\pi}} v^2 \exp\left(-\frac{v^2}{v_0^2}\right) dv \quad (1)$$

ここで、 dn は、速度が v と $v+dv$ との間にある単位体積あたりの中性子数、 n_T は単位体積当たりの全中性子数、 v_0 は中性子数が最大となる速度である。室温では v_0 は 2200 m/sec (=0.0253 eV) である。

(1)式の分布を持った中性子 flux は、

$$d\phi = d(nv) = \frac{4n_T}{v_0^3 \sqrt{\pi}} v^3 \exp\left(-\frac{v^2}{v_0^2}\right) dv \quad (2)$$

であり、これを重みとして平均断面積を求めると、

$$\langle \sigma \rangle_1 = \frac{\int \sigma(v) v^3 \exp(-v^2/v_0^2) dv}{\int v^3 \exp(-v^2/v_0^2) dv} \quad (3)$$

となる。1/v 型の断面積の場合、平均値は、

$$\langle \sigma \rangle_1 = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sigma_0 = 0.886 \sigma_0 \quad (4)$$

となる。熱中性子エネルギー付近で constant な断面積は、平均しても値が変わらない。

ところで、実験で測定される反応率 R は、 $R = n_T \bar{v} \langle \sigma \rangle$ と書けるが、平均断面積 $\langle \sigma \rangle$ を決めるには、平均速度を知る必要がある。しかし、一般には中性子の分布を正確に測定することができず、従って平均速度を決めることもできないので、Westcott らは v_0 (=0.0253 eV) を平均速度として使用することとした。すなわち、

$$R = n_T v_0 \langle \sigma \rangle_2 \quad (5)$$

である。こう定義すると、平均断面積 $\langle \sigma \rangle_2$ は、

$$\begin{aligned} \langle \sigma \rangle_2 &= \frac{R}{n_T v_0} = \frac{1}{n_T v_0} \times \int \sigma(v) d(nv) \\ &= \frac{1}{v_0} \int \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^3}{v_0^3} \exp(-v^2/v_0^2) \sigma(v) dv \end{aligned} \quad (6)$$

となり、断面積が完全な $1/v$ 型の場合は、

$$\langle \sigma \rangle_2 = \sigma_0 \quad (7)$$

となる。Westcott の定義では、(3)式による計算値 $\langle \sigma \rangle_1$ の $2/\sqrt{\pi}$ (=1.128) 倍になる。

現実の断面積は $1/v$ 依存からずれることもあり、また測定に使われる中性子スペクトルも完全なマックスウェルスペクトルではないので、

$$\langle \sigma \rangle_2 = \sigma_0 (g + rs) \quad (8)$$

と書かれる。 g は g factor、 r は epithermal index、 s は温度や共鳴積分値などに依存した量である。完全な $1/v$ 型の断面積なら、 $g = 1.0$ 、 $s = 0.0$ となり、(7)式と一致する。

JENDL-3.3 の断面積データの図や表をまとめた JAERI-Data/Code-2004-020 や核データセンターのホームページは、(3)式に基づいて計算したマックスウェル平均断面積を提供している。データ処理に用いた ENDF フォーマットの処理コードがその様になっていたためであるが、この処理コードの最新版は、1.128 のファクターを乗じて(6)の定義で計算した値を出力するように改訂されている。

中川 庸雄
nakagawa@ndc.tokai.jaeri.go.jp