

## 話題・解説 (I)

### 二重微分断面積解析への量子論的アプローチ

— 低エネルギーDDX データ解析を中心として —

九州大学先端エネルギー理工学専攻

河野 俊彦

kawano@aees.kyushu-u.ac.jp

#### I. はじめに

入射粒子のエネルギーが 10 MeV を越えるあたりから、放出される粒子のスペクトルには前平衡の成分が現れてくることが知られている。中高エネルギーでの二重微分断面積測定値にみられるこの成分は、蒸発スペクトルに比べて「硬い」という特徴以外に、前方への放出が強いという非等方性を有している。GNASH 等の統計模型計算コードではこの過程を励起子模型 (Exciton Model) で計算するが、計算されるのはエネルギー分布のみであり、角分布までを含めた計算は困難であった。この非等方性を計算するための幾つかの理論が提案されているが、かつて渡辺氏(九大)によって前平衡過程の研究に関する全般的かつ詳細な解説<sup>(1)</sup>がなされているので、まずはそちらを参考にしていただきたい。

前平衡過程を量子力学的に取り扱う理論は、この非等方性を再現する有力な方法である。量子論的なアプローチには、Feshbach, Kerman, Koonin による FKK 理論<sup>(2)</sup>, Tamura, Udagawa, Lenske による TUL 理論<sup>(3)</sup>, Nishioka, Weidenmüller, Yoshida による NWY 理論<sup>(4)</sup>等が存在するが、いずれの理論でも前平衡過程の描像は励起子模型と同じく、標的核内に粒子- 空孔対 ( $p-h$  pair) を生成する連続領域での核反応として取り扱われている。Feshbach らは、これを  $P$ -space と  $Q$ -space に分割し、全ての粒子が束縛された系を形成するものを多段階複合核過程 (Multistep Compound, MSC), 少なくとも 1 つの粒子が連続状態にあるものを多段階直接過程 (Multistep Direct, MSD) として区別した。MSC では入射粒子と標的核が複合系を形成するために、そこからの粒子放出は等方的である。一方、MSD からの粒子放出は、入射粒子がその運動方向を記憶しており、前方への放出が強くなる。

現在の評価済核データライブラリには、核融合での核データ利用を考慮して、20 MeV までのデータが納められているが、このエネルギー領域での前平衡過程は、1 段階の MSD に MSC を加えることで計算できる。1 段階のみの multistep というのは少々奇妙であるが、ここでは便宜上 MSD と呼んでおく。一方、エネルギーが高くなれば多段階直接反応が起こりうるが、FKK や TUL などでは用いられている近似方法が異なり、どれが最も適しているのかが分かっていない。この問題について、1998 年夏にイタリアの Trento で MSD に関する Workshop<sup>(5)</sup>が開催されたが、結論はまだ出ていない。ここではそのような状況を踏まえて、現在提案されている量子論的前平衡過程理論がどのように計算され、データ解析に応用されるかについて解説する。

## II. 多段階複合核過程

### 1. 巨視的・微視的アプローチ

多段階複合核過程では、戸口状態の形成、より複雑な状態への遷移 (damping)、および粒子の放出 (escape) を考える。入射した核子は、粒子-空孔対を励起して標的核に束縛され、 $2p-1h$  状態の複合系すなわち戸口状態を形成する。核子は核と衝突を繰り返し、再び粒子を  $P$ -space に放出するか、あるいは平衡状態 (複合核) に達する。

緒言で挙げた FKK, TUL, NWY という分類は主に MSD に関するものであるが、FKK 理論は MSC に対する定式化も含まれている。NWY の流儀での MSC の定式化は、Nishioka, Verbaarschot, Weidenmüller, Yoshida<sup>(6)</sup>、すなわち NVWY として与えられており、TUL による計算を進めているグループがこの理論を MSC 計算に採用している<sup>(7)</sup>。

MSC 過程の計算を FKK 理論に基づいて行う場合、微視的なアプローチと巨視的なアプローチが存在する<sup>(8)</sup>。MSC 過程での遷移行列要素の計算には動径波動関数の重なり積分が含まれる。巨視的なアプローチとは核内の波動関数を一定値とする近似を行ない、核の殻構造に依存しないように簡略化した計算で、オリジナルの FKK 理論で採用されている。

Bonetti ら<sup>(9)</sup>は、より現実的な波動関数として、非束縛状態に光学模型から得られる歪曲波、束縛状態に調和振動子の波動関数を用いて重なり積分を計算する微視的なアプローチを提案した。その結果、MSC の粒子放出スペクトルが波動関数一定近似での計算とは異なること、得られた有効相互作用の強さ  $V_0 = 5 \text{ MeV}^{(10)}$  が、通常、核子-核子相互作用の強さとして考えられている値や、MSD を用いた解析で得られている値に比べて小さすぎるという問題が残された。

一方、Chadwick と Young<sup>(11)</sup>は、戸口状態の形成断面積を光学模型から計算される透過係数を用いて求め、さらに FKK が適用した波動関数一定値近似を再び用いて DDX 実験データの解析を行っている。その後、同様の手法が幾つかの解析で用いられているが、この方法では計算に  $V_0$  の値が不要なので、過小な  $V_0$  の問題は残されたままであった。

ここでは、Bonetti らが提唱した MSC 過程の微視的な計算を、より厳密に定式化し、その計算結果から、巨視的計算と微視的計算の差異を明かにする。

### 2. 戸口状態形成断面積

微視的計算による  $2p-1h$  状態の形成断面積は、次式で与えられる<sup>(8)</sup>。

$$\begin{aligned} \sigma_J^{MSC} &= (2J+1) \frac{\pi}{k^2} (2\pi)^2 \omega^B(2, 1, E) \sum_{Qj_3} (2Q+1)(2j_3+1) F(Q) R_1(j_3) \\ &\times \binom{j j_3 Q}{0 0 0}^2 I^2(j_1, j_2, j_3, j) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $J$  は複合系のスピン、 $\omega^B(2, 1, E)$  は励起エネルギー  $E$  における  $2p-1h$  状態密度、 $F(Q)$  は  $j_1$  と  $j_2$  の角運動量密度、 $R_n(j)$  はスピン分布関数である。また、 $I(j_1, j_2, j_3, j)$  は動径方向の重なり積分であり、ゼロレンジ近似を用いた場合は

$$I(j_1, j_2, j_3, j) = \frac{4}{3} \pi r_0^3 V_0 \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty u_{j_1}(r) u_{j_2}(r) u_{j_3}(r) \chi_j(r) r^2 dr \quad (2)$$

で与えられ、湯川型の相互作用を仮定した場合は次式で与えられる<sup>(12)</sup>.

$$I(j_1, j_2, j_3, j) = V_0 \int_0^\infty \int_0^\infty u_{j_1}(r) u_{j_2}(r) g_L(r, r') u_{j_3}(r') \chi_j(r') r'^2 dr' r^2 dr \quad (3)$$

ここで、 $u$ は束縛状態の一粒子波動関数、 $\chi$ は歪曲波、 $V_0$ は有効相互作用の強さを表す。また、 $g_L$ は変形 Bessel 関数を用いて計算される<sup>(12)</sup>。 $j_1, j_2, j_3$ は一粒子状態のスピン、 $j$ は入射粒子の全角運動量であり、これらは Fig. 1 で示されるように結合する。

Chadwick と Young<sup>(11)</sup>は、この戸口状態形成断面積を、光学模型から計算される透過係数に位相空間モデルから得られる補正係数を乗じたものとして与えた。

$$\sigma_J^{MSC} = (2J+1) \frac{\pi}{k^2} \frac{\omega^B(2, 1, E)}{\omega(2, 1, E)} T_J \quad (4)$$

ここで、 $\omega^B(2, 1, E)/\omega(2, 1, E)$ は、とりうる全ての終状態のうち、全ての粒子が束縛状態にある割合を表す。Eq. (4) は位相空間モデルからのアプローチであり、この断面積は  $V_0$  に依存しない。一方、Eq. (1) は微視的計算からのアプローチであり、この断面積は  $V_0^2$  に比例する。Eq. (1) と Eq. (4) は、戸口状態形成断面積の異なる表現であるが、結果は一致すべきものであるので、ここから  $V_0$  の値を推定することができる。

<sup>93</sup>Nb を標的核とする中性子入射反応での戸口状態形成断面積を、Eq. (1) と Eq. (4) を用いて計算した結果を Fig. 2 に示す<sup>(13)</sup>。太い実線がゼロレンジ近似による微視的計算の結果であり、破線は位相空間モデルから得られたものである。両者の断面積が 14 MeV で一致するように Eq. (2) の  $V_0$  を決定した。ここから、 $V_0 = 12$  MeV が得られた。一方、レンジが 1 fm の湯川型相互作用を用いると、断面積計算値は、Fig. 2 の細い実線のように小さくなる。この場合、 $V_0$  の値を 23.3 MeV とすれば、ゼロレンジ近似の計算とほぼ同様の計算結果を与える。さらに、Perey による非局所効果を考慮すると、 $V_0 = 30.0$  MeV まで増加する。

実際に DDX の実験値と計算値の比較を行うには、MSD の計算を行う必要がある。MSD の断面積も  $V_0^2$  に比例するが、IV 章で述べるように MSC と MSD 双方に同じ  $V_0$  の値を用いても実験値をうまく再現できない<sup>(13)</sup>。しかし、ここで得られている値は、Bonetti らが得た値に比べるとかなり大きなものであり、十分に合理的なものである。Bonetti らが得た値が何故小さすぎたのかという理由については、おそらく歪曲波の規格化の問題と、可能な遷移についてエネルギーとスピン・パリティの保存を考えずに計算したためではないかと考えている。もっとも本人はこの問題についての興味はとっくに無くなっているようで、今となっては闇の中である。

### 3. 粒子放出確率

MSC 計算のもう一つの問題点として、その絶対値が大きすぎるというものがあった。MSC の計算を巨視的に行うと断面積の絶対値が決まってしまい、調整することができない。従って MSD の大きさを調節して DDX の解析を行うのであるが、例えば 14 MeV データの前方角もしくは EDX に対して MSD の絶対値を決定すると、後方角では MSC と MSD はほぼ同程度の大きさとなり、実験データを過大評価してしまう。

FKK 理論では、粒子放出確率を計算するのに、粒子・空孔の波動関数を核内で一定値とする近似を用いている。

$$u_B(r) = \sqrt{\frac{3}{R^3}} \quad (r < R) \quad (5)$$

$$\chi_j(r) = \frac{4\pi}{(2\pi)^{3/2}} \frac{\sqrt{\mu k T_j}}{\hbar} \quad (6)$$

ここで、 $\mu$  は換算質量、 $k$  は放出粒子の波数、 $T_j$  は逆過程での透過係数である。この結果、重なり積分は解析的に解くことができ、粒子放出確率の計算が単純になる。この近似を検討するために、 $2p-1h$  状態の崩壊過程を、微視的計算と波動関数一定近似での計算で比較した。Fig. 3 は、 $^{93}\text{Nb}(n, n')$  反応 ( $E_n = 14$  MeV) での粒子放出幅 ( $\Gamma^\dagger$ ) の全幅 ( $\Gamma^\dagger + \Gamma^\perp$ ) に対する比率を、複合系のスピン  $J$  の関数として表したものである。一定値近似の計算は微視的計算の約 4 倍となり、粒子放出確率を過大評価することがわかる。しかしながら、波動関数一定の近似は断面積計算を単純にするために、データ解析などへの実際的な応用に有用かつすでに多くの解析で利用されてきたので、この差の原因を明かにする必要がある。

核内で波動関数が一定と仮定すると、その振幅は単位エネルギーに規格化された歪曲波の核半径  $r = R$  での値と等しい。 $|\chi_j(R)|^2$  の平均値は、

$$\overline{|\chi_j(R)|^2} \simeq \frac{2}{\pi} \frac{\mu}{\hbar^2} \frac{1}{k} \quad (7)$$

と近似することができ<sup>(14)</sup>、軌道角運動量についての総和は、 $l_{\max} \simeq kR$  と近似すれば、

$$\sum_{l=0}^{l_{\max}} (2l+1) \overline{|u_j(R)|^2} \simeq \frac{2}{\pi} \frac{\mu k}{\hbar^2} \frac{R^2}{2} = \frac{3}{R} \frac{1}{2} \rho_c(E_c) \quad (8)$$

で与えられる<sup>(15)</sup>。ここで  $\rho_c$  は自由空間での状態密度である。ゆえに、非束縛状態を一定値で近似するには、

$$\chi_j(r) = \frac{4\pi}{(2\pi)^{3/2}} \frac{\sqrt{\mu k T_j}}{\hbar} \times \sqrt{\frac{3}{R} \frac{1}{2}} \quad (9)$$

とすればよく、結果は、FKK 理論で与えられる断面積を  $3/2R$  倍したものと等しい。Fig. 3 の細い破線は、Eq. (9) を用いて計算した結果であり、この近似が、微視的計算と同程度の粒子放出確率を与えることが示されている。従って、巨視的アプローチによって MSC を計算するには  $3/2R$  の補正が必要である。この結果、MSC の断面積は小さくなり、後方角での過大評価が解消される。

### III. 1段階直接過程

説明を簡単にするために、粒子の非弾性散乱だけを考える。1段階反応では、入射した核子は標的核に  $1p-1h$  状態を励起して非弾性散乱される。この遷移行列は

$$T_{1step} = \langle \chi_b^{(-)} | \langle 1p1h | V | 0 \rangle | \chi_a^{(+)} \rangle \quad (10)$$

の様に書くことができ、通常の DWBA で計算できる。ここで、 $\langle 1p1h | V | 0 \rangle$  は  $1p-1h$  状態を励起する形状因子である。この遷移は特定の  $1p-1h$  状態を励起するものであるが、

その中に色々な状態(配位)が存在するので、観測される断面積はあるエネルギー幅で平均されたものとなる。従って、計算でも  $E_{in} - E_{out} \simeq E_{ph}$  となるような  $p$ - $h$  の励起状態の組合せを探して DWBA 断面積を計算し、それらを平均すれば良い。Gauss 平均を用いる方法が、Koning と Chadwick<sup>(16)</sup> によって詳細に述べられている。

Fig. 4 は 80 MeV の陽子入射での  $^{90}\text{Zr}(p, p')$  反応の計算例である。励起エネルギーが約 20 MeV、移行角運動量  $L_t$  が 4 となる  $1p$ - $1h$  状態に対する種々の DWBA 断面積のうちの幾つかを細い点線で表している。また、太い実線は、これらの断面積を Gauss 平均したものである。1 段階の二重微分断面積は、様々な移行角運動量  $L_t$  に対応する平均断面積を計算し、それらに  $(2L_t + 1)$  の因子と残留核の状態密度を乗じて総和したもので与えられる。

$$\left( \frac{d^2\sigma}{dEd\Omega} \right)_{1step} = \sum_{L_t} (2L_t + 1) \omega(1, 1, E_x) R(L_t) \overline{\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{L_t}} \quad (11)$$

ここで、 $\omega(1, 1, E_x)$  は  $1p$ - $1h$  状態の密度、 $R(L_t)$  はスピン分布である。Fig. 5 の点線・破線等は種々の移行角運動量に対する平均断面積に状態密度かけたものを表し、太い実線が Eq. (11) から計算される二重微分断面積である。状態密度  $\omega(p, h, E_x)$  には Williams<sup>(17)</sup> や Betak と Dobes<sup>(18)</sup> のものが用いられる。

もし全ての  $1p$ - $1h$  状態に対して DWBA 計算を行えるなら、状態密度を使わずに、それら全てを直接総和する方法もある<sup>(16)</sup>。また、計算を簡略に行うなら、 $1p$ - $1h$  状態をランダムにサンプリングし、それらに対する DWBA 断面積の平均値を求め、状態密度を使って二重微分断面積にする<sup>(11)</sup>。

#### IV. 実験データとの比較

MSC 及び MSD 計算と実験データとの比較を、14.1 MeV 中性子入射における  $^{93}\text{Nb}$  の二重微分断面積 (DDX) データ<sup>(19)</sup> に対して行なった。このエネルギーでは、MSC 過程の断面積と 1-step の MSD 過程の断面積、及び統計模型による断面積の和によって、DDX データを解析することができる。計算に用いたパラメータは、Walter-Guss の光学ポテンシャル、一粒子状態密度パラメータ  $g = A/13$ 、Gruppelaar のスピンカットオフパラメータ、非局所レンジ  $\beta = 0.85$ 、残留核の準位密度パラメータ  $a = 13.0 \text{ MeV}^{-1}$  である。集団励起による直接過程、および  $(n, 2n)$  のような多粒子放出過程は無視した。

MSC からの粒子放出は重心系で等方とし、次式で与えられるエネルギースペクトルを単純に  $4\pi$  で割ったものを用いた。

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sum_j \sigma_j^{MSC} \sum_N \sum_{\nu_j} \frac{\langle \Gamma_{NJ}^{\nu j} \rho^\nu(U) \rangle}{\langle \Gamma_{NJ} \rangle} \prod_{M=1}^{N-1} \frac{\langle \Gamma_{MJ}^j \rangle}{\langle \Gamma_{MJ} \rangle} \quad (12)$$

ここで  $N$  はステップ数、 $j$  は放出粒子のスピン、 $\nu$  は粒子放出の 3 つのモード(粒子放出と同時に  $p$ - $h$  対を減らすか増やすか、あるいは数を変えない)を表すインデックスである。また、 $\Gamma_{NJ}^{\nu j}$  は escape 幅、 $\Gamma_{MJ}^j$  はより複雑な状態に damping 幅であり、 $\Gamma_{MJ}$  は全幅である。これらの幅は、前節で述べたように微視的あるいは巨視的に計算される。なお、Eq. (12) は、粒子-空孔対の消滅過程を無視する never-come-back 近似を用いた表現であ

るが、この近似を用いずに消滅過程を考慮した定式化も可能である。この場合は Master 方程式を解くことになる<sup>(20)</sup>。

Fig. 6 の (a) は、波動関数一定値近似を用いた計算の結果と実験データ<sup>(19)</sup>の比較であり、MSC の寄与を見やすいように散乱角が 150° での結果を示している。MSD の計算に用いた  $V_0$  は 41.4 MeV であり、これは前方散乱角の測定値を再現するように求めたものである。後方散乱角では、MSC と MSD の断面積が同程度の大きさとなり、それらの和は、二次中性子のエネルギーが 7~10 MeV の領域で、測定値よりも過大となっている。一方、MSC の断面積を微視的に計算すると (b) のようになる。ここで、戸口状態形成断面積  $\sigma_j^{\text{MSC}}$  に用いた  $V_0$  は 30.0 MeV であり、Eq. (4) で得られる値と等しくなるように決定したものである。ここで、MSD だけを調節して  $V_0$  を求めると、47.3 MeV であり、MSC に用いた値とは異なっている。現在のところ、MSC と MSD の両方に同じ  $V_0$  を使ってデータ解析を行なうことに成功しておらず、今後の検討課題の一つである。なお、Fig. 6 の (a) の MSC の計算値に対して  $3/2R$  の補正を行うと、(b) とほぼ同程度の断面積になる。この方法なら断面積は  $V_0$  に依存しない。

## V. 2段階直接過程

核子の入射エネルギーが高くなってくると、2段階過程が起こるようになる。2段階過程は、標的核に衝突して  $1p-1h$  状態を励起した入射核子が、さらに衝突を起こして新たな粒子-空孔対を生成する過程であり、2次の DWBA に相当する。1段階過程の表現は、FKK<sup>(2)</sup>、TUL<sup>(3)</sup>、NWY<sup>(4)</sup> いづれの理論でも同じ（但し実際の計算方法は異なる）であるが、2段階過程の表現が異っている。2段階の遷移行列要素は、

$$T_{2\text{step}} = \langle \chi_b^{(-)} | \langle 2p2h | V_2 G^{(+)} V_1 | 0 \rangle | \chi_a^{(+)} \rangle \quad (13)$$

と書ける。ここで  $G^{(+)}$  は Green 関数で、中間状態を  $|m\rangle$  と書けば、スペクトル表示された Green 関数は次式で与えられる。

$$G^{(+)} = \sum_m \int d\mathbf{k}_c \frac{|m\rangle |\chi^{(+)}(\mathbf{k}_c)\rangle \langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}_c)| \langle m|}{E - E_m - E_{k_c} + i\varepsilon} \quad (14)$$

$\chi(\mathbf{k}_c)$  は、エネルギー  $E_{k_c}$  で運動する中間状態の粒子に対する歪曲波であり、 $\hat{\chi}^{(+)}$  と  $\chi^{(+)}$  の間には双直交性  $\langle \chi^{(+)}(\mathbf{k}) | \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}') \rangle = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$  が成り立つ。

FKK 理論では、Green 関数に対して on-energy-shell の近似を用いている。この結果 Eq. (14) の  $d\mathbf{k}_c$  についての積分は計算でき、簡略な形になる。しかし、この近似には問題が多く<sup>(5, 21)</sup>、今後 FKK の研究がどのような方向に進むのかは分からぬ。ところで、FKK の提唱者の1人である Kerman は、現在行われている FKK の計算は Bonetti によって手を加えられたものなので、FKK-B と呼ぶことを主張している。

TUL では、最初の粒子-空孔対ができた後、次の衝突が起こる前に核が定常状態になるという断熱近似を用いる。最初に作られる  $p-h$  対を状態  $\mu$  とし、次に作られる  $p-h$  対を状態  $\nu$  とする。2段階遷移の断面積次式で与えられる。

$$\left( \frac{d^2\sigma}{dEd\Omega} \right)_{2\text{step}} = C \sum_{\mu\nu} \int dE_m \rho_\mu^{1p1h}(E_m) \rho_\nu^{1p1h}(E_x)$$

$$\times \left| \int d\mathbf{k}_c \langle \chi_b^{(-)} \left| \frac{\langle \nu | V_2 | 0 \rangle | \chi^{(+)}(\mathbf{k}_c) \rangle \langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}_c) | \langle \mu | V_1 | 0 \rangle}{E - E_m - E_{k_c} + i\varepsilon} \right| \chi_a^{(+)} \rangle \right|^2 \quad (15)$$

ここで、 $\rho_\mu^{1p1h}(E)$  は、ある  $1p-1h$  状態  $\mu$  が励起エネルギー  $E + dE$  に含まれている単位エネルギーあたりの確率であり、 $C = \mu_a \mu_b / (2\pi\hbar^2)^2 \cdot k_b/k_a$  である。Eq. (15) の 2 行目は、中間エネルギーを  $E_m$  とする 2 段階の DWBA の断面積である。全ての粒子-空孔状態についてこの断面積を評価するのはかなり困難であるが、この断面積を集団励起に対する 2 次の DWBA の様なものに置き換え、さらに  $\rho$  に現象論的な状態密度を用いれば、Eq. (15) の計算は容易に行える<sup>(22)</sup>。

一方 NWY では、2 回目の衝突が、核が定常状態になるよりも早く起こるという突然近似を用いる。この場合、核の中間状態は  $1p-1h$  状態である。ある  $1p-1h$  状態  $|p_1 h_1\rangle$  を中間状態とし、終状態  $|p_1 h_1 p_2 h_2\rangle$  の  $2p-2h$  状態に到る 2 段階遷移を考える。この遷移行列は Eq. (13) と (14) を使って以下のように書くことができる。

$$T_{p_1 h_1 p_2 h_2} = \int d\mathbf{k}_c \langle \chi_b^{(-)} \left| \frac{\langle p_1 h_1 p_2 h_2 | V_2 | p_1 h_1 \rangle | \chi^{(+)}(\mathbf{k}_c) \rangle \langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}_c) | \langle p_1 h_1 | V_1 | 0 \rangle}{E - E_{p_1 h_1} - E_{k_c} + i\varepsilon} \right| \chi_a^{(+)} \rangle \quad (16)$$

同じ終状態  $|p_1 h_1 p_2 h_2\rangle$  に到る中間状態には、 $p$  と  $h$  について置換操作した 4 通りの中間状態が存在し、2 段階遷移の振幅はこれらの干渉的な和である。NWy の 2 段階過程の断面積は、次のようになる。

$$\left( \frac{d^2\sigma}{dEd\Omega} \right)_{2step} = C \sum_{p_1 p_2 h_1 h_2} \rho^{2p2h}(E_x) |T_{p_1 h_1 p_2 h_2} + T_{p_1 h_2 p_2 h_1} + T_{p_2 h_1 p_1 h_2} + T_{p_2 h_2 p_1 h_1}|^2 \quad (17)$$

Eq. (16) の Green 関数は、中間状態の光学ポテンシャルに対する歪曲波  $\chi(k_c r)$  と、原点非正則な解である外向き波  $\mathcal{H}(k_c r)$  を用いて次のように表される<sup>(23)</sup>。

$$G^{(+)}(r_b, r_a) = -\frac{2\mu}{\hbar^2 k_c} \chi(k_c r_<) \mathcal{H}(k_c r_>) \quad (18)$$

ここで、 $r_< = \min(r_b, r_a)$ 、 $r_> = \max(r_b, r_a)$  である。 $\mathcal{H}$  は原点で正則でないので、通常の方法で求めることはできない。まず漸近領域での Coulomb 関数を求め、それを初期値として原点方向に逆向きに波動方程式を数値積分して求める。

TUL では全ての衝突に対して統計的なエネルギー平均操作が適用されるが、NWy では最終状態についてのみとなる。従って Eq. (15) には  $1p-1h$  状態の密度が使われているのに対し、Eq. (17) には  $2p-2h$  状態の密度が含まれるのが NWY の特徴である。なお、この  $\rho$  の表現には、現象論的な状態密度ではなく、Random Matrix 理論から計算される“true level density”が用いられる<sup>(24)</sup>。

核反応のタイムスケールを考えると、2 段階過程の表現として、断熱近似よりも突然近似のほうが良いと言われている。半古典的歪曲波模型<sup>(25)</sup>による 2 段階過程の表現<sup>(26)</sup>でも突然近似が用いられている。しかし、NWy の表現では、始状態-中間状態-終状態でのスピン・角運動量の結合が非常に複雑になり計算が困難である。また、NWy の論文<sup>(4)</sup>でも、角運動量の結合に関しては全く述べられていないため、これを正確に計算した例はまだ無い。突然近似の有効性を確認するために、NWy の式を実際に計算する作

業が現在筆者らによって進められており、ある程度の計算が可能になってきている<sup>(27)</sup>。  
 $^{93}\text{Nb}$ の中性子非弾性散乱の  $E_{in} = 25.7 \text{ MeV}$ ,  $E_{out} = 12.5 \text{ MeV}$ での中性子の角度分布の実験データ<sup>(28)</sup>との比較を Fig. 7 に示す。また、中性子入射エネルギーが  $25.7 \text{ MeV}$ での、放出中性子エネルギースペクトルを Fig. 8 に示している。この計算には幾つかの簡略化が含まれており、完全な NWY の計算とは言えないが、実験値の再現性は良いようである。

## VI. おわりに

多段階複合核過程および直接過程の計算に関する話題に関して、筆者が解説できる範囲内で概説したが、内容に少々偏りがあるために、全く言及されなかった重要な点が数多く残されている。もっともそのような内容の解説については、本当の専門家に任せるとして、ここでは MSC や MSD がどのように計算され二重微分断面積データの解析にどのように役立つかということが伝われば幸いである。

前平衡過程への量子論的なアプローチは、すでに 20 年の歴史があるとはいえる、未だにその計算手法が確立されているとは言いがたい興味深い分野である。FKK 理論による多くの解析が行われてはいるが、それが使われて来た大きな理由は、3 段階以上の計算が可能であるということと、それを計算するコードが存在したためである。しかしながら FKK の MSD に関する問題が混沌としている現状にあっては、別の選択肢により多くの注意が向けられるべきであろう。TUL や NWY では 3 段階以上の計算は非常に困難なものになるが、そのような多段階が重要になるのは高いエネルギー領域であり、このような領域では厳密な量子力学的アプローチよりも、INC や QMD の様などちらかと言えば古典的なアプローチのほうが有利である。入射エネルギーが  $50 \text{ MeV}$ 程度なら MSD の 2 段階過程までを考慮した解析で十分であると考えられるので、核データ評価への応用ということを考えれば、まずそのようなエネルギー領域に対して有用な計算コードを作り、それが実験データを再現できる事を示すのが、FKK を越えるための重要なステップとなる。

## — REFERENCES —

- (1) 渡辺 幸信：“核反応における統計的多段階過程に関する研究の進展”，核データニュース 42 号, p.26 (1992), 核データニュース 43 号, p.17 (1992), 核データニュース 44 号, p.95 (1993).
- (2) H. Feshbach, A. Kerman, and S. Koonin, Ann. Phys. (N.Y.) **125**, 429 (1980).
- (3) T. Tamura, T. Udagawa, and H. Lenske, Phys. Rev. C **26**, 379 (1982).
- (4) H. Nishioka, H. A. Weidenmüller, and S. Yoshida, Ann. Phys. (N.Y.) **183**, 166 (1988).
- (5) M. B. Chadwick, et al., Acta Physica Slovaca, **49**, 365 (1999).

- (6) H. Nishioka, J. J. M. Verbaarschot, H. A. Weidenmüller, and S. Yoshida, Ann. Phys. (N.Y.) **172**, 67 (1986).
- (7) H. Lenske, H. H. Wolter, M. Herman, and G. Reffo, *Proc. Int. Conf. Nuclear Data for Science and Technology, Trieste, Italy, 19–24 May 1997*, p.231 (1998).
- (8) R. Bonetti, M. B. Chadwick, P. E. Hodgson, B. V. Carlson, and M. S. Hussein, Phys. Rep. **202**, 171 (1991).
- (9) R. Bonetti, L. Colli Milazzo, and M. Melanotte, Lett. Nuovo Cim. **31**, 33 (1981).
- (10) R. Bonetti, L. Colli Milazzo, and M. Melanotte, Phys. Rev. C **27**, 1003 (1983).
- (11) M. B. Chadwick and P. G. Young, Phys. Rev. C **47**, 2255 (1993).
- (12) M. B. Johnson, L. W. Owen, and G. R. Satchler, Phys. Rev. **142**, 748 (1966).
- (13) T. Kawano, Phys. Rev. C **59**, 865 (1999).
- (14) E. V. Lee and J. J. Griffin, Phys. Rev. C **5**, 1713 (1972).
- (15) H. Kalka, Z. Phys. A **341**, 289 (1992).
- (16) A. J. Koning and M. B. Chadwick, Phys. Rev. C **56**, 970 (1997).
- (17) F. C. Williams, Nucl. Phys. A **166**, 231 (1971).
- (18) E. Betak and J. Dobes, Z. Phys. A, **279**, 319 (1976).
- (19) M. Baba, S. Matsuyama, T. Ito, T. Ohkubo, and N. Hirakawa, J. Nucl. Sci. Technol. **31**, 757 (1994).
- (20) T. Kawano, M. Nakamura, and Y. Watanabe, Phys. Rev. C **57**, 978 (1998).
- (21) A. Koning and J. M. Akkermans, Ann. Phys. **208**, 216 (1991).
- (22) A. J. Koning and J. M. Akkermans, Phys. Rev. C, **47**, 724 (1993).
- (23) N. Austern, R. M. Drisko, E. Rost, G. R. Satchler, Phys. Rev. **128**, 733 (1962).
- (24) K. Sato, Y. Takahashi, and S. Yoshida, Z. Phys. A, **339**, 129 (1991).
- (25) Y. L. Luo and M. Kawai, Phys. Rev. C, **43**, 2367 (1991).
- (26) M. Kawai and H. A. Weidenmüller, Phys. Rev. C, **45**, 1856 (1992).
- (27) S. Yoshida and T. Kawano, *Proc. of the 1999 Symposium on Nuclear Data, 18–19 Nov., 1999, JAERI, Tokai, Japan*, to be published.
- (28) A. Marcinkowski, R. W. Finlay, G. Randers-pehrson, C. E. Brant, R. Kurup, S. Mellema, A. Meigooni, and R. Tailor, Nucl. Sci. Eng., **83**, 13 (1983).

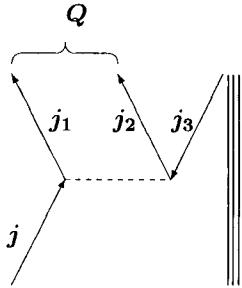


Fig. 1: The angular momentum coupling scheme for the entrance channel. The incident particle  $j$  is captured in the single-particle orbit  $j_1$ , creating the particle-hole pair  $j_2$  and  $j_3$ .

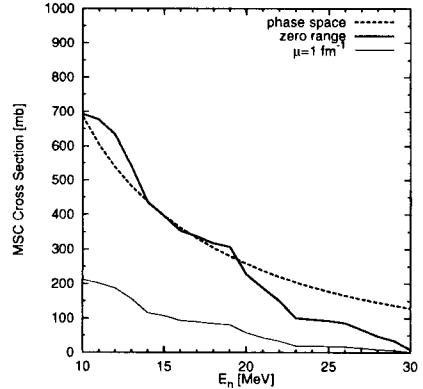


Fig. 2: Comparison of the  $2p-1h$  doorway state formation cross sections of neutron-induced reactions on  $^{93}\text{Nb}$ .

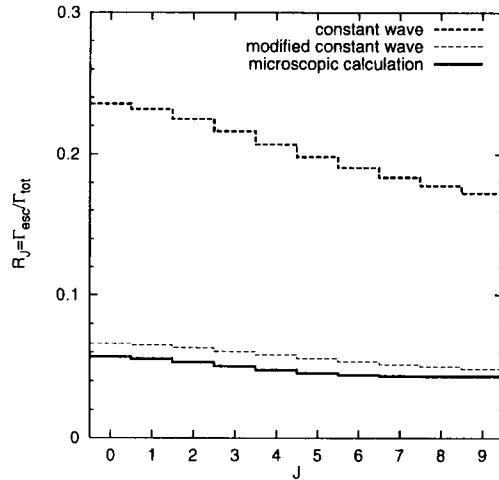


Fig. 3: Comparison of the ratio of the escape width to the total width for 14 MeV neutron-induced reactions on  $^{93}\text{Nb}$ .

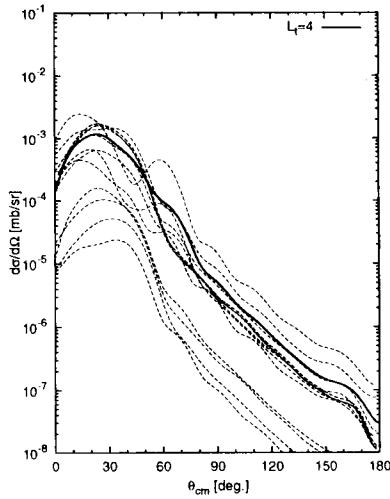


Fig. 4: Various DWBA cross sections (dotted lines) for an angular momentum transfer of 4, and the average of them (solid line).

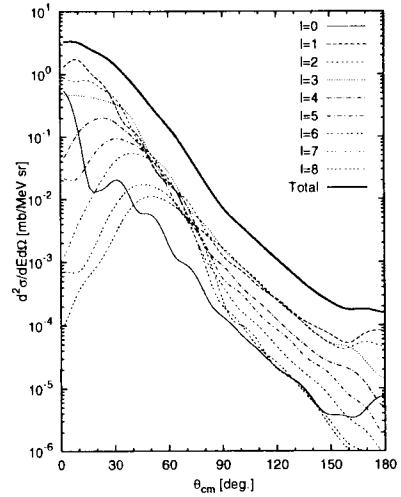


Fig. 5: Averaged DWBA cross sections for various angular momentum transfers (thin lines), and the double differential cross section (thick solid line).

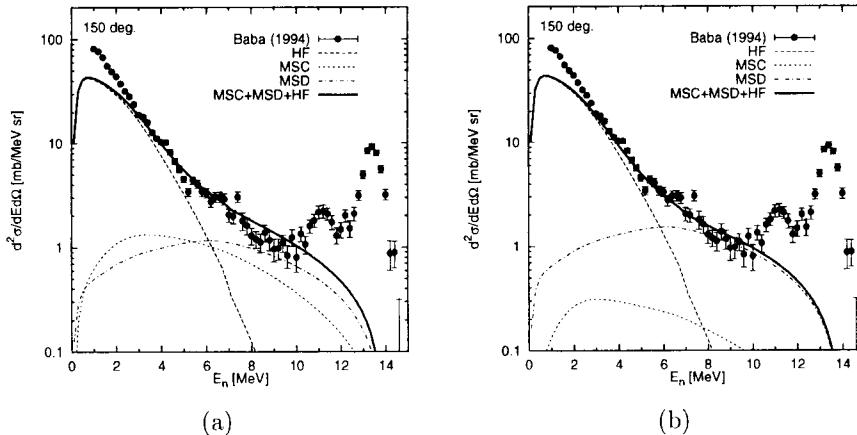


Fig. 6: Comparisons of the calculated DDX with the experimental data. (a) with the constant wave approximation (b) microscopic calculation

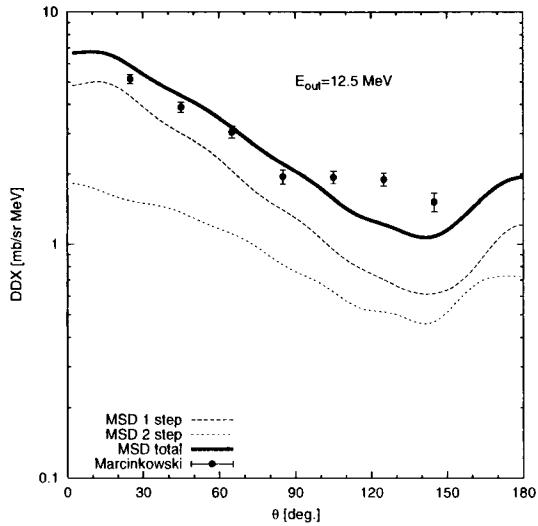


Fig. 7: Comparison of the calculated angular distribution of inelastically scattered neutrons from  $^{93}\text{Nb}$  for  $E_{in} = 25.7$  MeV, and  $E_{out} = 12.5$  MeV, with the experimental data.

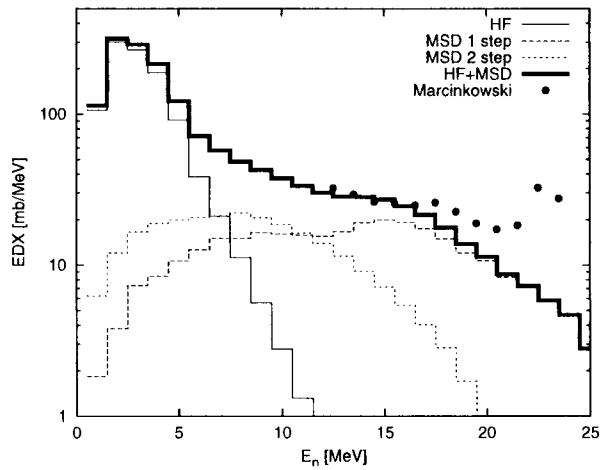


Fig. 8: Energy distribution of the emitted neutrons for the 25.7 MeV neutron incident reaction on  $^{93}\text{Nb}$ .