

解説 (I)

原子核質量の評価データと予測

早稲田大学理工総研 橘 孝博
文部省初等中等教育局 宇野 正宏

1. はじめに

原子核質量の研究が重要である最大の理由は、質量がエネルギーと同等であるということにある。つまり、いろいろな原子核の質量を知ることが、アルファ線やベータ線の放出エネルギー、核反応の Q 値、核分裂エネルギー、また核子分離エネルギーなどを知ることと直接つながっている。これらの情報は原子核構造を調べるときばかりでなく、工学の諸分野でも広く利用され、研究に欠かすことができないものであることは言うまでもない。

原子核の質量に関する研究は、実験および理論の両面にわたり古くから続けられている。実験の分野では、1920年代に Aston が自ら改良した質量分析器を用いて、既知元素の質量欠損と質量数の関係をまとめたのを出発点として、より新しい実験装置の開発とともに研究が続いてきた。1970年前後からは、オンライン・アイソトープ・セパレータなどを用いた測定方法が開発され、近年は、静電場に一樣磁場をかけてイオンを小さな空間に閉じ込めるペニング・トラップによる質量の精密直接測定が行われるようになった。

1980年代の中頃からは、従来の重イオンビームだけではなく核破砕により作られた短寿命原子核を加速し、二次ビームとして用いる方法が開発され、原子核物理の分野ではこの新しい実験手段を用いて、ベータ安定線から離れた原子核の研究が進んでいる。これは物理学だけでなく化学や工学分野でも幅広く使える新しい道具として期待されている。

理論の方からは、質量公式やシステマティクスの手法を用いた原子核質量の研究が盛んに進められてきた。原子核の教科書で、誰もが一度はお目にかかる Weizsäcker-Bethe の質量公式¹⁾以来、巨視的および微視的手法によりさまざまな質量公式が提案されていて、質量の実験値がない原子核の質量推定に使われている。この解説では、まず、最近まとめられた評価済み質量実験値について述べ(第2、3節)、次に、いくつかの代表的な質量公式を取り上げてそれらの特徴を見ることにする(第4節)。そして、質量の実験値と理論的推定値の関係、また、質量公式で推定された数値はどこまで信頼して良いのか、というような基本的問題も考察したいと思う(第5節)。

また、この解説では原子核の質量そのものを扱うのではなく、質量超過 (mass

excess) を使って話を進めることにし、とくに断わらない場合は「質量」とは「電子ボルトの単位で表現された質量超過」のこととする。質量と質量超過の関係は次の式で与えられる。

$$\text{質量超過} = (\text{原子核質量}) - (\text{その原子核の質量数}) \times (\text{原子質量単位})$$

$$\text{原子質量単位} = ({}^{12}\text{Cの質量}) / 12 = 931493.86 \pm 0.07 \text{ keV}^2$$

2. 評価済み実験値

原子核質量のデータは1940年代から、初期には Mattauch と Wapstra、最近では Wapstra と Audi を中心としたグループにより膨大な表として発表されている。彼らの質量値は ENSDF (Evaluated Nuclear Structure Data File) や Nuclear Data Sheets、さらには Table of Isotopes など採用される基本データになるので、無意識のうちにユーザーとなっている方も多いことと思う。彼らは原子核質量の直接測定や核崩壊、または核反応の実験結果に関する膨大な資料を集め、それらのデータを互いに比べ、システマティクスなども調べて質量表として発表している。質量表には、実験値を評価して決めた質量値と、それを基にしてシステマティクスで内外挿した質量値とが載っている。以下の具体的な議論では実験値を評価したデータを対象とし、それらを「評価済み質量値」、または「評価済みデータ」と呼ぶことにしよう。

ここ10年程は Wapstra と Audi を中心に評価作業が進められていて、最新版は1993年の末に出版された。²⁾ 近年のコンピュータ・ネットワークの発達により、この1993年版のデータ・ファイルはインターネットで入手できるようになっている。それ以前の彼らの評価済みデータは、出版物として1988年、³⁾ 1985年、⁴⁾ 1977⁵⁾ . . . と遡ることができる。1988年版の評価済みデータは、同年のいわゆる「質量公式オリンピック」の共通のインプット・データとして用意されたもので、1985年版と比べてあまり大きな変化はない。ここで、「質量公式オリンピック」というのは、何年かおきに世界中の質量公式の研究グループが、同じデータベースで質量公式を作り、競い合う(?) というもので、結果は Atomic Data and Nuclear Data Tables に掲載されている。1993年版の作成のためには、原則として1993年2月末までのデータが使用されているが、その実験データのうち28%は1985年版の時にはなかったものであり、これらを見ることにより最近の原子核質量実験の進展なども伺える。たとえば、

ベニング・トラップを用いる実験などの進歩により、ベータ安定線近くの原子核に対してはこの10年程で実験精度がかなり良くなり、質量数 $A \leq 17$ で実験値の誤差が十分の一以下、 $A = 19 \sim 40$ では三分の一程度に減っている。しかし、 $A \geq 40$ ではまだ進歩の余地がある。

図1には、1993年版で質量が評価されている1911核種と、質量がまだ未測定である原子核の範囲が示されている。ここでは、後で説明するわれわれのグループが考案した TUIY 質量公式⁶⁾を用いて、原子核が存在できる範囲を推定したが、それは簡単化のために陽子一個の分離エネルギー S_p と中性子一個の分離エネルギー S_n が共に正である範囲とした。つまり陽子または中性子放出に対して安定でなくなるぎりぎりの線(この境界線を陽子ドリップラインまたは中性子ドリップラインと呼ぶ)の内側である。実は、陽子ドリップラインはクーロンポテンシャルにより少し影響を受けるので質量公式だけでは決まらないが、ここではその影響を無視する。原子核が持つ偶奇効果のために、図1で、原子核の存

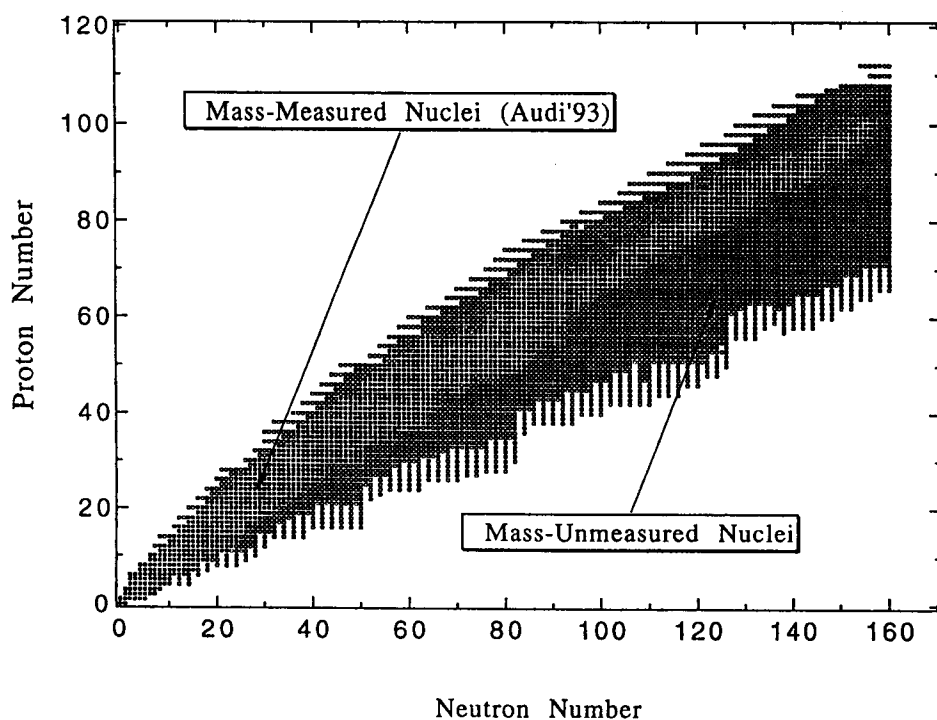


図1. 1993年版(Audi'93)で質量値が評価されている核種の領域と質量が未測定の領域。

在できる範囲の周辺が櫛の歯状になるのが良くわかる。非常に軽い核では存在範囲の端まで質量測定が済んでいるが、ほとんどの中性子過剰核の範囲で未測定領域が広がっていることが見て取れる。また、陽子数 $Z=70\sim 80$ 、中性子数 $=90\sim 100$ あたりにも質量未測定領域がある。このあたりの原子核についてはアルファ崩壊エネルギーの測定値はあるものの、その親核や子核の質量がわからないために質量が求まっていない。

3. 「お墨付き」は信頼できるか？

Wapstra 達の原子核質量表にある評価済みの質量値は、いわば「お墨付き」の数値ということになる。確かに、原子核質量に関する膨大なデータが良く整備されていて、一般のユーザーが原子核の質量を知りたいときに用いるべき基本的なデータベースであることは確かである。質量だけではなく、各種の崩壊エネルギーや核反応の Q 値も表になっており非常に便利である。しかし、はたして全面的に信頼がおける数値であろうか。ここでは、気になる 2、3 の事例を指摘して、この間に対する読者の判断材料に供したいと思う。

(1) まず、前回の 1988 年版と最新の 1993 年版で評価済み質量の値が 0.5 MeV 以上違う核種を表 1 に示した。後で示すように、最近の質量公式で計算される質量と実験値の標準偏差、つまり質量公式の誤差は約 0.3~0.8 MeV なので、質量公式を作成する

表 1. 1988 年版と 1993 年版を比べたとき、評価済み質量値が 0.5 MeV 以上違う核種。表中の誤差は 1σ である。単位は MeV。

Z	N	1988年版		1993年版		質量値の違い
		質量値	誤差	質量値	誤差	
11	20	11.83	0.58	12.66	0.16	0.83
11	21	16.55	0.74	18.30	0.48	1.75
11	22	21.47	1.14	25.51	1.49	4.04
12	20	-1.75	1.58	-0.80	0.10	0.95
17	26	-23.13	0.06	-24.03	0.16	0.90
20	31	-35.01	0.08	-35.90	0.09	0.89
57	91	-63.81	0.15	-63.16	0.13	0.65
68	81	-54.95	0.90	-53.54	0.47	1.41

ときにインプットとして使う評価済みデータが 0.5 MeV 以上も変わってしまうと影響が大きい。表 1 中に示された彼らの誤差は 1σ であるが、 3σ を用いても 1988 年版と 1993 年版の数値で誤差棒同士が重ならない核種がある。特に、 ^{51}Ca ($Z=20$, $N=31$) では -35.94 (MeV) [1985年版] \rightarrow -35.01 (MeV) [1988年版] \rightarrow -35.90 (MeV) [1993年版] と変わり、数値がほぼ元の値に戻ってしまった。質量公式に含まれるパラメータは、その公式が Wapstra 達の評価済みの質量値を再現できるように最小二乗法などで決められるわけだが、少数の核種でも評価済みの値がこれほど大きく変わってしまったのは、パラメータの値に影響してしまう。

(2) 1988 年版が出た時に、われわれのグループは山田-松本のシステムマティクス⁷⁾を用いて、かれらの評価済みデータを調べてみた。⁸⁾

山田-松本のシステムマティクスとは次のようなものである。ただし、ここでは奇奇核を含まない場合のシステムマティクスのみ示すことにする。

ア). 陽子数 Z を一定にして、中性子数 N を偶数で変えたとき、 N が増加すると陽子分離エネルギー S_p は滑らかに (ほぼ、直線的に) 増加する。

イ). 中性子数 N を一定にして、陽子数 Z を偶数で変えたとき、 Z が増加すると中性子分離エネルギー S_n は滑らかに (ほぼ、直線的に) 増加する。

ウ). 上記のア)で、 Z が奇数 (偶数) のとき中性子数が $Z-1$ から $Z+1$ へ ($Z-2$ から Z へ) 変化する所で、 S_p の増加量が大きくなり直線的变化が乱れる。上記のイ)につ

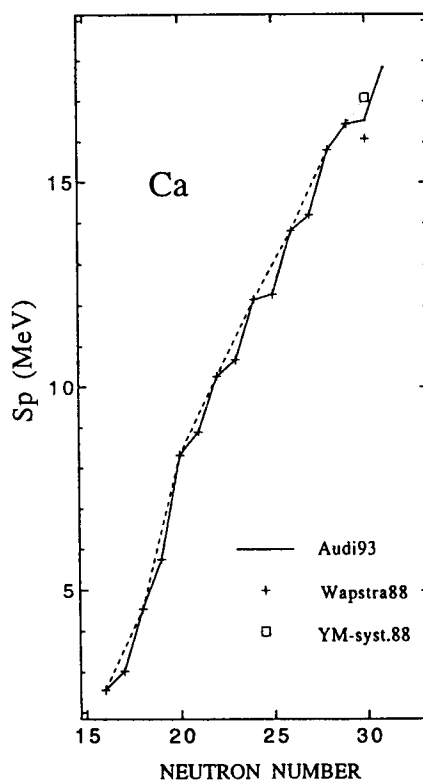


図 2. 1993 年版 (Audi '93)、1988 年版 (Wapstra '88) および山田-松本のシステムマティクス (YM-syst.88) による Ca の陽子分離エネルギー S_p 。

いても、陽子と中性子を入れ替えれば同様の事が言える。これは、質量公式で言うところの Wigner 項の効果を反映している。

われわれはこのシステムティクスを 1988年版の評価済みデータに適用してみたが、いくつかの核で Wapstra 達の数値を変えた方が良いと思われるものがあった。ここでは、 ^{49}K の例を挙げることにしよう。まず、図2のように Ca の S_p のシステムティクスを調べてみる。図中には、1988年版の値で求めた Ca の S_p が + で示してあり、偶数 N ($N=30$ 以外) を点線で結んである。この点線で、上記ア) およびウ) のシステムティクスの意味がおわかり頂けると思う。点線の直線性を認めるとすると ^{50}Ca ($N=30$) の S_p に対して + で示される値は取りにくい。そこで、われわれは $N=30$ の核種の中性子分離エネルギー S_n についても同様な図を用いて調べながら、Wapstra 達の 1988年版の ^{49}K の評価済み質量値を変更すべきだと結論した。その結果を用いると ^{50}Ca の S_p は図2の □ で示される値となった。さて、5年後の 1993年版ではどうなったであろうか。 ^{49}K の評価済み質量値はわれわれの値に近づき、Ca の S_p の値は実線で結ばれた値のようになり、われわれの目から見ればまだ不満足ではあるが、事情はいくらか改善された。このように、Wapstra 達の値もいろいろなシステムティクスを用いてチェックしておく必要があると思われる。

(3) 1988年版の質量表には評価済みとして数値があるが、1993年版では消えてしまったものが 31 核種ある。つまり「お墨付き」の取り消しである。ここでは、Na について少し述べてみたい。1988年には前節で述べた「質量公式オリンピック」があったが、質量数の大きい中性子過剰の Na では、1988年版の評価済み質量値をインプット・データとして取り入れたどんな質量公式も、それら Na の評価済み質量をうまく再現できなかった。図3には、次節で説明する CKZ、⁹⁾ JM、¹⁰⁾ TUY⁶⁾ および MMST¹¹⁾ などの質量公式の例を示した。この図で分かるように、中性子数が大きくなるにつれて、1988年版の評価済みの質量値よりも質量公式で計算された値の方が大きくなる傾向があった。ところが 1993年版では、表1で見たように中性子過剰の Na の評価値が大きく変化し、それらの値は質量公式の計算値と似た傾向を示すように改訂された。その中でも多くの質量公式が一番合わせにくかった ^{34}Na の質量値は 1993年版では、とうとう「お墨付き」からはずされてしまった。つまり、評価済み実験値が質量公式の方に近づいてきた... といっちは言いすぎだろうか。これについては別な核種を例にとり、後ほどまた議論したい。

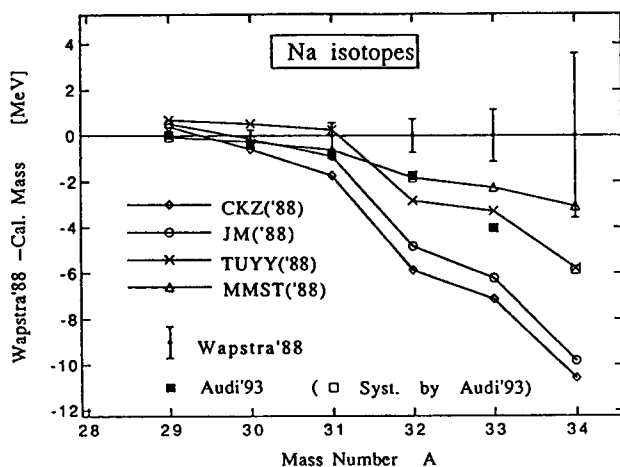


図3. 1988年版 (Wapstra '88) との差で示した各種質量公式による Na の質量。横軸上に1988年版の値の誤差棒がとってある。CKZ, JM, TUYU, MMSTは質量公式名の略で、すべて1988年版の評価済み質量値をインプット・データとして使っている (第4節を参照)。1993年版 (Audi '93) の評価値とシステムティクスによる推定値も示してある。

以上の (1) ~ (3) は比較的軽い核のいくつかの例であるが、いずれもベータ安定線から遠く離れた核種であり、現在、質量が求まっている核種領域の最も端の方に位置する原子核ばかりである。当然のことであるが、ベータ安定線に近づくほど評価済みデータの値も安定している。

4. いろいろな質量公式

さて、ここでいくつかの質量公式を紹介しようと思うが、Weizsäcker-Betheの公式以来発表された数多くのものを、すべてはとても紹介できない。ここでは最近の公式の中でも比較的よく使用されるものをいくつか選び、簡単に特徴を述べることにする。また、Weizsäcker-Betheの時代とは違い、これらの公式はかなり複雑で長い式で記述されているので、ここでは具体的な式を示すことは避ける。

(1) Jänecke-Masson (JM) 公式¹⁰⁾

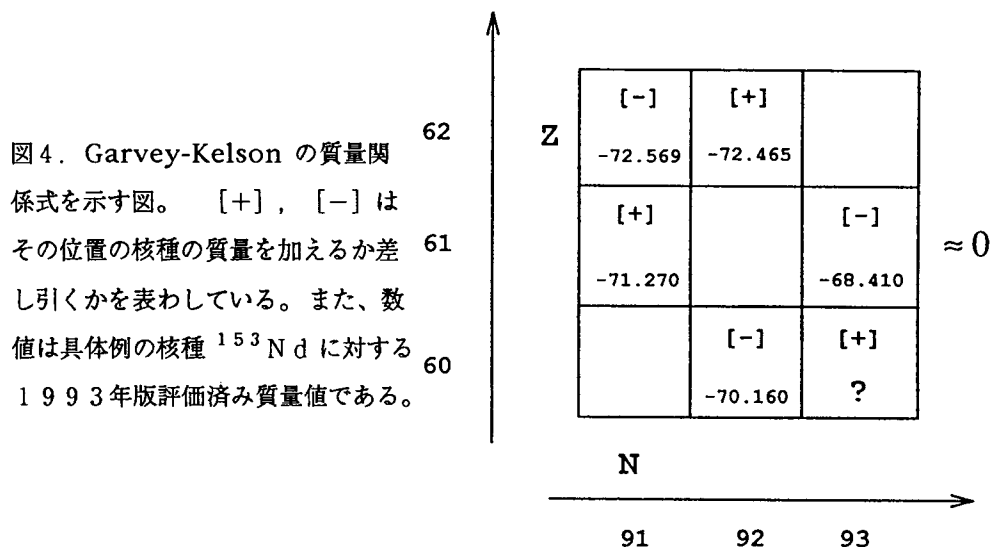
有名な Garvey-Kelson 公式¹²⁾ の改訂最新版である。それは、1969年に Garvey らによって提案されたもので、つぎのような極めて単純明快な質量関係式を基にしている。

$$M(N+2, Z-2) - M(N, Z) + M(N+1, Z) - M(N+2, Z-1) + M(N, Z-1) - M(N+1, Z-2) \approx 0 \quad [1]$$

図4はこの関係式を見やすくするため ^{153}Nd の質量を未知として具体的に示したものである。図中の [+]、[-] はその位置の核種の質量を加えるか差し引くかを表わしている。数値は1993年版の評価済みデータである。[1] 式は一種のシステマティクスであり、質量の知られている5個の核種から、1個の未知核種、この場合は ^{153}Nd の質量を推算することが出来る。

$$M(^{153}\text{Nd}) - (-72.569) + (-72.465) - (-68.410) + (-71.270) - (-70.160) \approx 0 \quad [2]$$

こうして ^{153}Nd の質量が -67.404 MeV と推算されるわけだが、これだけで未知核種 ^{153}Nd の質量予測値が、システマティクスの意味で確定したと考えるのは早計である。というのは、 ^{153}Nd を囲む5個の核種群は他にもあり、それらすべてに対して、



[1] 式が適用されなければならないからである。結局、いくつかの推算値を求め、それらに適当な処理を施して、最終的な予測値を決定することになるが、この作業は微妙な調整を必要とし、経験と勘に頼る「職人芸の色合い」が強いものである。内挿やごく近くへの外挿には時としてかなりの威力を発揮することは、前節でも示したとおりであるが、遠くへの外挿に対して信頼性の高い予測値を与えることは、極めて難しいことである。この点は、用いるシステムティクスがどれほど優れたものであっても、この予測手法に伴う共通の難点と言えそうである。

Garveyらはそれに代わる手法として、[1] 式を同次の差分方程式と見て、その最も一般的な解の一つ、

$$M(N, Z) = g_1(N) + g_2(Z) + g_3(A) \quad [3]$$

を導き、これを質量公式として用いることを提案した。ここで、 g_1 、 g_2 、または、 g_3 は、 N 、 Z または A のそれぞれの値に対して一つずつ決まるパラメータであり、その数値は既知の質量データから決定される。従って、この公式は $0 < Z \leq 100$ 、 $0 < N \leq 150$ 、 $0 < A \leq 250$ に対応して、約500個のパラメータを含んでいることになる。

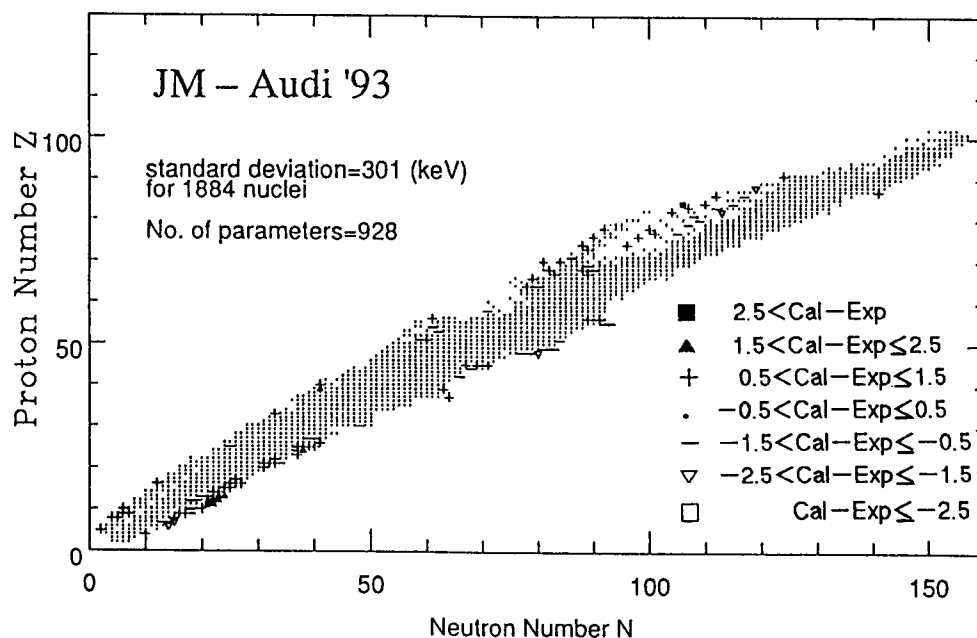


図5. JM公式による質量の推算値と1993年版の評価済みデータとの差。

評価済み質量値が更新される時期にあわせて、Jäneckeを中心にその都度パラメータ値も更新され、新版が提供されてきた。目下の最新版は1988年に出されたJänecke-Masson (JM) 公式である。インプットデータとしては1988年版の評価済みデータが使われている。このJM公式と1993年版の評価済み質量値の差をN-Z平面上で示したのが図5である。

他に、この流れを汲んだ公式としては Comay-Kelson-Zidon (CKZ) 公式⁹⁾ や Masson-Jänecke (MJ) 公式¹³⁾ があるが、ここでは名前を挙げるに止めておこう。

(2) Tachibana-Uno-Yamada-Yamada (TUYY) 公式⁶⁾

これは筆者らが長年行ってきた、経験的殻項をもつ質量公式研究の最終版とも言うべきものである。上記(1)の公式が液滴公式的な部分を持たないのに対して、我々の公式は質量Mを、

$$M = M(\text{液滴型部分}) + M(\text{殻部分}) \quad [4]$$

として表わす。この点は以下の(3)および(4)の公式でも、表現は様々だが考え方としては共通したものである。特に(3)および(4)の公式では、第1項を巨視的部分、第2項を微視的部分と呼んでいる。この[4]式の殻部分をどう決めるかが、どの公式でも本質的な問題である。我々はこれをできる限り経験的に、つまり特定の原子核模型(たとえば殻模型や集団模型など)に依存せず決定する方針を採った。唯一の指導原理は前節で話した山田-松本のシステムティクスである。これを満たす殻項として最も基本的な形は

$$M(\text{殻部分}) = P(Z) + Q(N) \quad [5]$$

であり、TUYY公式以前の研究では主にこれを用いていた。第1項が陽子殻項、第2項が中性子殻項だが、Z または、N のそれぞれの値に対して一つずつ決まるパラメータである。従って、殻部分だけで約250個のパラメータを含む公式ということになる。ここに掲げたTUYY公式では、[5]式の二項に核変形を考慮するための陽子・中性子相互作用項を加えたものを殻部分として用いた。ここでもできるだけ経験的にという方針のもとに、相互作用項は陽子項と中性子項を変数とする適当な関数として導入した。従って、パラメータ数は殻部分としては4個ほど増えるだけであるが、これに液滴型部分のパラメータを加え

るので、合計で281個となる。インプットデータは1988年版の評価済みデータである。このTUY Y公式と1993年版の評価済み質量値の差を $N-Z$ 平面上で示したのが図6である。

TUY Y公式のことを経験的殻項を持つ公式の最終版と敢えて言ったのは、特定のモデルに依らず経験的手法に則ってできそうなことはほぼやりつくした、という認識に筆者らが立ち至ったからである。現在、われわれのグループでは経験的手法から離れ、微視的な立場で殻部分を研究している。ここで、少々その宣伝をさせていただく。まず、Woods-Saxonポテンシャルを改良したものを作り、球形核の単一粒子準位を求め。つぎに、誰もが行うStrutinskyの手法ではない別の方法で平均エネルギーを引き去り殻エネルギーを求め。求めた殻エネルギーの重ね合わせで変形のエネルギーやベアリングの効果などを入れていく。このような変形やベアリング効果の入った殻エネルギーを、TUY Y型の質量公式の殻部分に使うというものである。¹⁴⁾

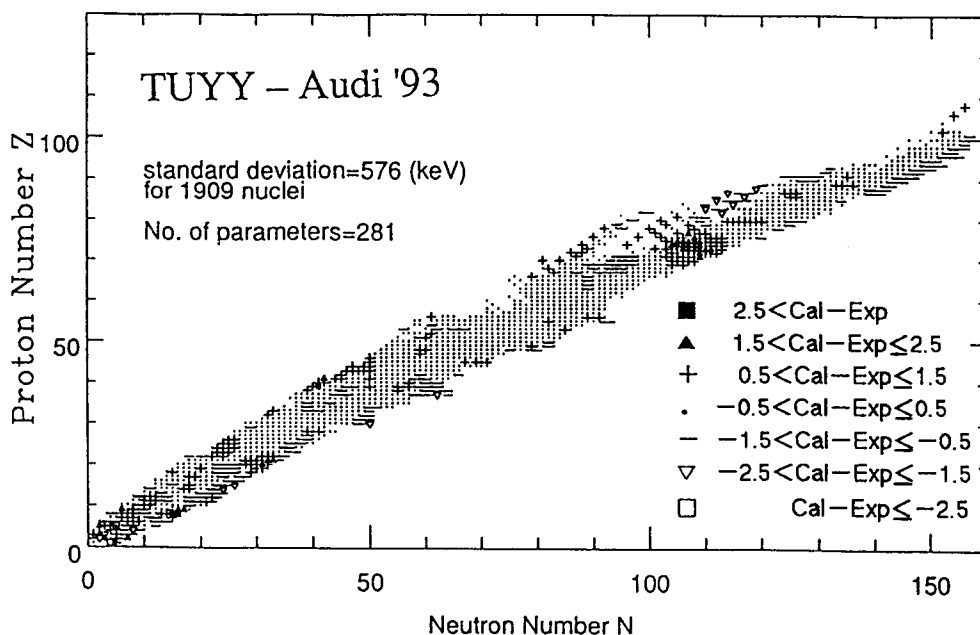


図6. TUY Y公式による質量の推定値と1993年版の評価済みデータとの差。

(3) Groote-Hilf-Takahashi (GHT) 公式¹⁵⁾

有名なMyers-Swiatecki (MS) 公式¹⁶⁾の改良版とも言えるものである。MS公式では巨視的部分に液滴模型公式(Liquid drop model)を使い、微視的部分はフェルミ気

体模型による単一粒子準位を適当な処方で束ねること（バンチング）で殻エネルギーを導き、これに変形の効果を考慮するためのダンピング因子を掛けたものを使っていた。GHT公式でも大筋ではMS公式と同様の処方を採っているが、巨視的部分には液滴模型を $A^{-1/3}$ や $(N-Z)/A$ の高次項まで含むように拡張した小液滴模型公式 (droplet model) を使い、微視的部分にはフェルミ気体模型による一粒子準位のバンチングを、MS公式よりいくぶん意匠を凝らした方法で行って殻項を求めている。インプットデータは1975年版の評価済みデータを使っているので、ここに紹介した公式の中ではやや古いものということになる。

(4) Möller-Nix-Myers-Swiatecki 公式 (FRDM公式)¹⁷⁾

このグループは Möller と Nix が1981年に発表した公式に何度も改良を加えてきた。1988年にMöller-Myers-Swiatecki-Treiner (MMST) 公式¹¹⁾として発表し、さらに1993年には最新版を出して、現在 Atomic Data and Nuclear Data Tables に投稿中とのことである。このモデルも[4]式のように、原子核質量を巨視的部分と微視的部分の和で表わす。ただし、彼らは巨視的部分に Finite Range Droplet Model (FRDM) を用いている。上述のdropletモデルに核力の有限性を考慮して、表面エネルギーを改良したものが、FRDMである。微視的部分には適当な一粒子ポテンシャルを仮定して、Strutinsky の方法で平均エネルギーを引き去って殻項を作り、ペアリングも

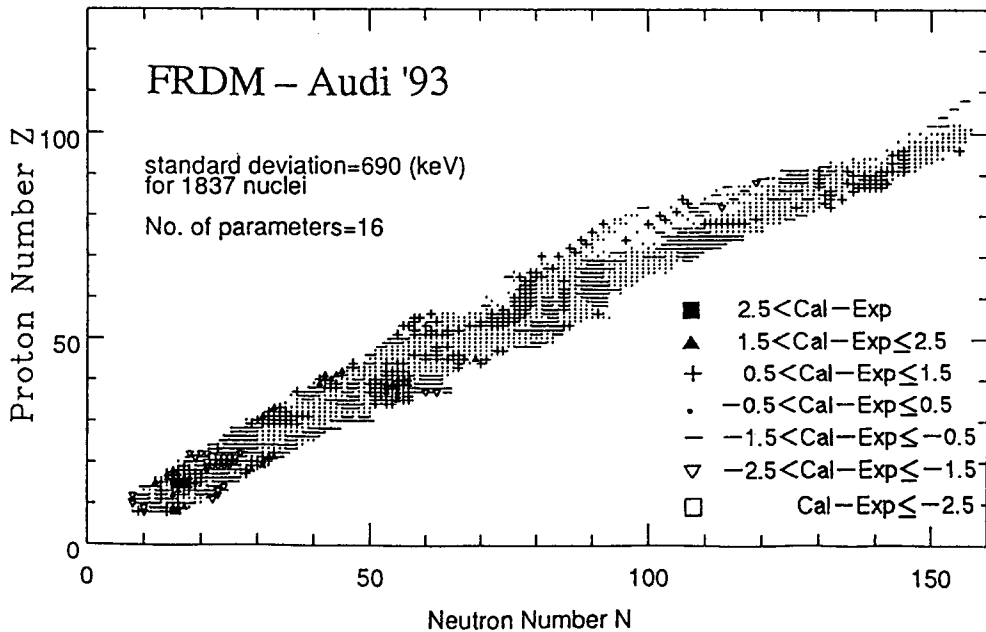


図7. FRDM 公式による質量の推定値と1993年版の評価済みデータとの差。

考慮している。さらに特徴的なことは、巨視的部分と微視的部分の両方とも原子核の変形度を示すパラメータに依存させている点である。公式中の調節パラメータの値は、1989年に Audi 達により個人的に提供された質量データに多少手を加えたものと、28種の fission-barrier の高さを用いて最小二乗法で決められている。この FRDM 公式と1993年版の評価済み質量値の差を $N-Z$ 平面上で示したのが図7である。

(5) Pearson-Tondeur 公式 (ETFSI公式)¹⁸⁾

これは、1986年から1992年の間に Pearson と Tondeur たちにより完成された質量公式であり、これも現在 Atomic Data and Nuclear Data Tables に投稿中とのことである。彼らは上記のFRDMを批判し、別な立場から原子核質量を計算した。彼らの主張は次のようなものである。

- ア. FRDMの巨視的部分で $A^{-1/3}$ や $(N-Z)/A$ の高次項をどこまで取り入れれば良いか曖昧である。
- イ. 巨視的部分と微視的部分は別々な物理的考察により作られているので、互いの整合性が不明確であり、そのような項の和でひとつの物理量(質量)を表現するのは危険である。

微視的な手法としては Hartree-Fock (H-F) の計算方法があるが、 $N-Z$ 平面のすべての原子核(約6000~7000個)に対しては計算時間がかかりすぎてまともには使えない。そこで、彼らは Skyrme ポテンシャルを用いた Extended Thomas-Fermi の方法で H-F の近似計算を行った。使われる Skyrme ポテンシャルから導かれる一粒子ポテンシャルと、Strutinsky 積分の方法で殻効果を取り入れている。このときBCS流のペアリング効果も入れる。これらをまとめて ETFSI (Extended Thomas-Fermi and Strutinsky Integral) 質量公式と呼んでいる。ETFSI による計算値とH-Fによる計算値とを比べると、ベータ安定線から非常に遠い核種領域、たとえば中性子ドリップライン近くで1MeV程の差を生じるが、計算時間は約2000分の1に短縮できる。後で説明する表2でもわかるように、この公式は調節パラメータの数が9個と少ないことを特徴としているが、欠点としてはペアリング効果が十分に入っていないことと、 $Z=N$ の核種の推定値が系統的に合わないことが挙げられる。彼らもJMやTUY Yと同様に調節パラメータの値を決めるために、1988年版の評価済みデータを使っている。

表2に、上で説明した主な質量公式のパラメータ数、実験値(1993年版の評価済み質量値)を再現したときの誤差(標準偏差)などをまとめた。また、図8には、上記の質

量公式のうち FRDM, TUYU および GHT 公式をとりあげ、原子核から二つの中性子を取り出すときに必要なエネルギー、つまり二中性子分離エネルギー S_{2n} の値が示されている。この図8では同じアイソトープは実線で結ばれ、 $Z=31$ から 50 までの原子核が順に並んでいる。魔法数 $N=50$ と 82 で S_{2n} が大きく変化する様子が見える。図8には1993年版の評価済み質量値 (Audi'93) と Audi 達によるシステマティクス図も入っている。各質量公式を順に見てみると、まず、GHT公式では推定値の直線性が強く、人工的な殻項の影響が強く出ていて実験値のような曲線の変化がない。また、TUYU公式は実験値を用いて経験的に殻項を決めた公式ではあるが、これもわずかな細かいゆらぎはあるものの直線性が強く出ている。FRDM公式は実験値の様な曲線の変化はあるが、曲がる場所が違っている。この公式では原子核の質量だけでなく変形度も推定しているが、それによると原子核の形が急に変わるところで S_{2n} が大きく曲がっている。

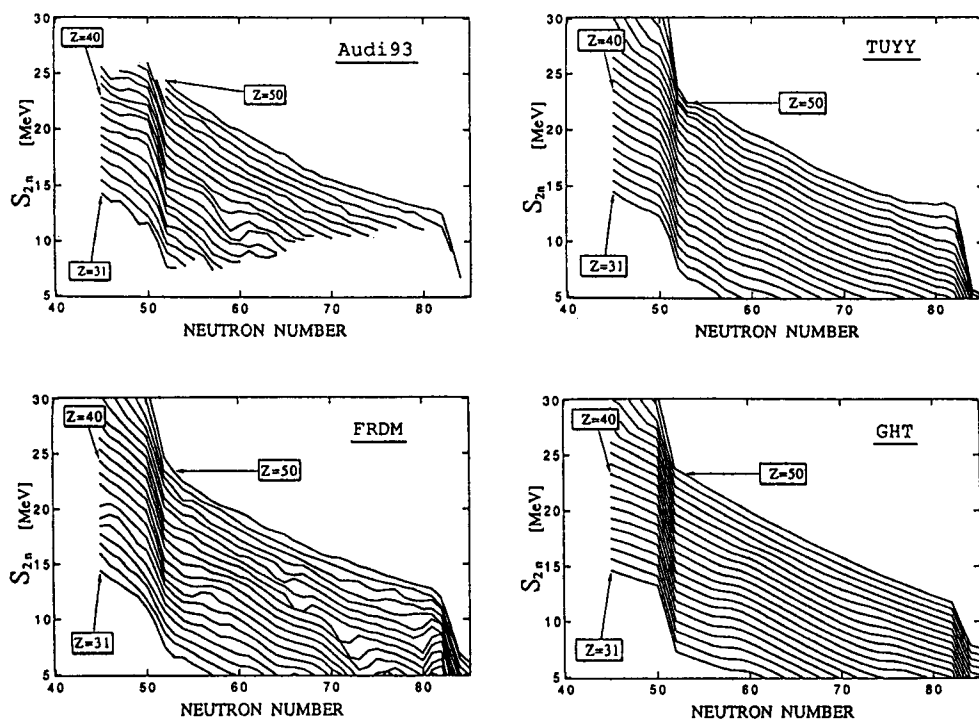


図8. 1993年版評価済みデータ (Audi'93) および、FRDM、TUYU、GHT 公式による二中性子分離エネルギー S_{2n} 。

5. 質量公式は外挿に対してどのくらい有効か？

いろいろな質量公式の有効性を判断する一つの目安は、もちろんその質量公式が既知核種の質量をどれだけ精度良く再現できるかであろう。これについては表2の数値、つまり誤差（標準偏差）を見比べれば、おおたの様子はつかめる。だが、その数値が良いからといって、それだけで公式の成否が決まる訳ではない。むしろ外挿の際の有効性、つまり未知核種の質量をどれだけ高い信頼度で予測できるかが、より一層重要な問題である。この点の良否を競って、種々の公式が提案されているといっても過言ではあるまい。そこで公式の信頼度という問題に直面するわけであるが、基礎にしているモデルの優秀さを主張するとか、より現実的に適当な方法で予測値に誤差を付与する、つまり理論誤差を考えると、あるいは原子力工学の分野や天体核物理の分野などでの有効性を調べてみるとか、いろいろ議論はあるものの、なかなか決定的な判定法は見当たりそうにない。多分、様々な角度から公式をチェックし、地道に有効性を検証するしかないのかもしれない。ここでは判定法の議論は一応この程度にして、外挿にはどんな問題があるのかを具体的に見てみよう。

まず、表2から分かる質量公式の特徴について述べることにしよう。ここで、注意すべきことは、第4節の各公式の紹介のところで述べたように、JM, TUYU および ETFSI の各質量公式では調節パラメータを決める際に1988年版の評価済みデータを用いているが、GHTは古い1975年版の評価済みデータを用い、FRDMでは1988年版より少し新しいデータ・ベースを採用していることである。さて、表2の1988年版、および1993年版の評価済み質量値に対する誤差（標準偏差）を見て目につくのは、パラメータ数が多い質量公式の方が誤差が小さい、つまり実験値に良く合うということである。

(JM公式の標準偏差で、1993年版に対する値の方が1988年版に対する値より小さいのは、第3節(3)で述べたように、合いくかった $^{32}, ^{33}\text{Na}$ の評価済みデータが1993年版では質量公式の値に近づき、さらに ^{34}Na の値が評価済みデータからはずされたことによる。) では、単純に、誤差の一番少ないJM公式が一番良いかという、実はそうでもないことがわかる。それが外挿性の問題である。この外挿性を調べるために、インプット・データとして使われた1988年版の評価済みデータが出版された後に測定された実験値に対する誤差を求めてみよう。つまり、インプットになっていないデータに対する誤差を求めて、各質量公式のテストをするわけである。表2でわかるように、パラメータ数の多いJM公式は1988年以降の評価済みデータに対して誤差が急激に増える傾向がある(339 MeV → 673 MeV 約2倍)。それに比べて、パラメータ数の少ない、たとえばFRDM公式は誤差の増加率が少ない(670 MeV → 810 MeV 約1.2倍)。

この傾向は図5と7からも伺える。つまり、図5で JM公式の合いが悪いのは、インプット・データに入っていない核種がほとんどである。これをまとめると、インプットに用いた原子核の領域からある程度近くへ外挿する場合、JM公式では新たに測定された質量値に対して誤差が急に増すことが予想される、しかし誤差の大きさそのものは FRDM 公式より小さい可能性がある、ということになる。ETFSI 公式は FRDM 公式に似ていて、TUY Y 公式は FRDM 公式と JM 公式の間である。これが、実験値がある領域のすぐ外側で質量公式を使うときの注意となろう。

表2. 1988年版および1993年版の評価済みデータに対する質量公式の誤差(標準偏差)。「核種数」とは標準偏差を求めるときのデータ数である。1993年版に含まれるデータのうち1988年版にはないものを「新測定」とした。各公式名の下の[]内の数値は公式のパラメータ数である。誤差は keV 単位で表示した。

質量公式	1988年版に対する		1993年版に対する		新測定のみに対する		誤差の比 ②/①
	誤差①	核種数	誤差	核種数	誤差②	核種数	
JM [928]	339	1633	301	1884	673	280	1.99
GHT [50]	985	1652	1048	1902	1351	281	1.37
TUY Y [281]	538	1657	576	1909	864	283	1.61
FRDM [16]	670	1593	690	1837	810	275	1.21
ETFSI [9]	730	1492	748	1716	871	252	1.19

つぎに、外挿する距離によって予測値にどの程度開きが出てくるのかを、Sn (錫) 同位体の質量を例にとって見ることにしよう。図9は近く、つまり質量の知られている核種から2、3個外挿したときの、各種公式間の開きを示してある。最新のデータに対する合い具合は、どの時期の評価済み質量値をインプットデータとしたかによって、公式間でいくぶんの有利、不利があるものの、その開きはほぼ3~4 MeVの範囲内と言って良からう。これに対して、図10はもっと遠くまで、つまり陽子ドリップラインまたは中性子ドリップラインまで外挿するとどうなるかを示してある。陽子過剰側では、もともとドリップライ

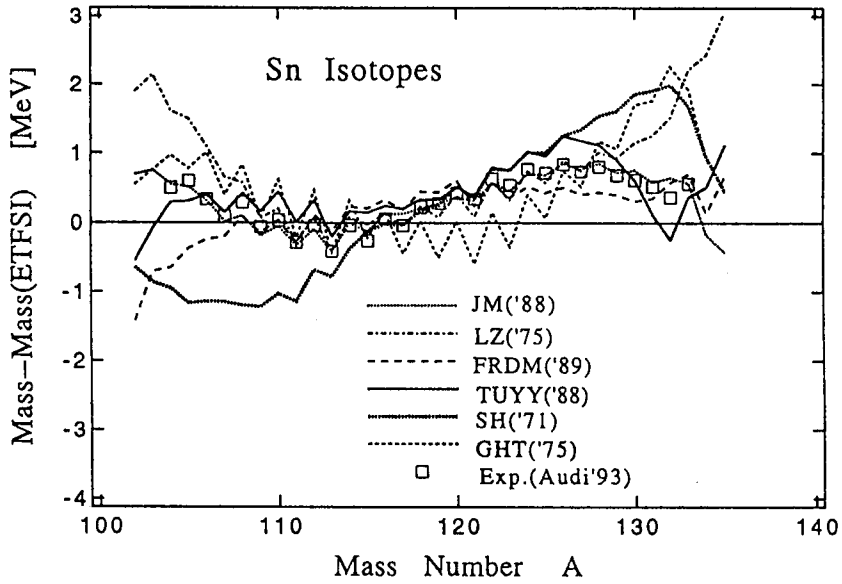


図9. 各種質量公式による Sn 同位体の質量予測値の比較。 ETFSI 公式を基準として、それとの差を表わしている。 JM、FRDM、TUYU、GHT は第4節で紹介した公式であり、LZ、SH は図11を参照のこと。 各公式名に付いている括弧内の数字は、用いたインプットデータの年代を示す。

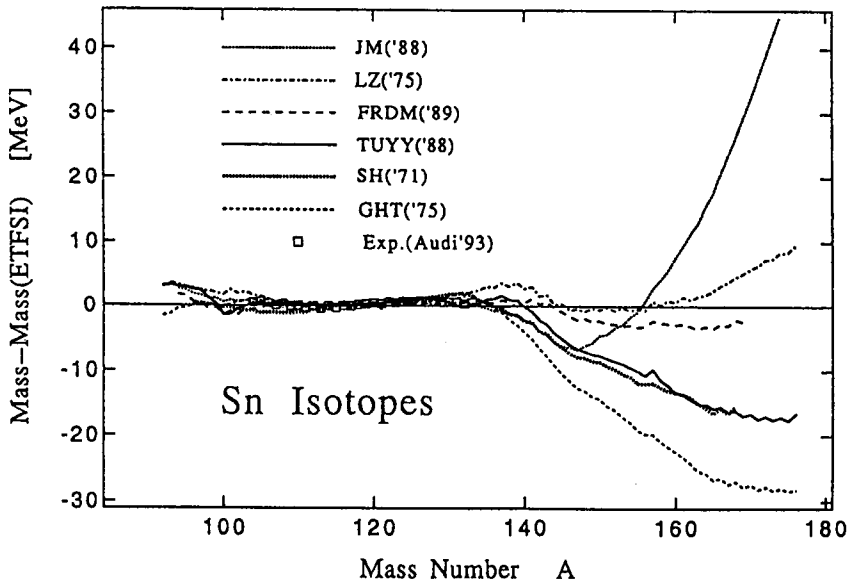


図10. 各種質量公式による Sn 同位体の質量予測値の比較 (ドリップライン近くまでの遠い外挿の場合)。 図9の説明を参照のこと。

ンが既知核種からさほど離れていないこともあって、開きはそれほど大きくならないが、それでも5~6 MeV程度にまで増えているものもある。一方、中性子過剰側ではドリップライン近辺まで行くと、開きが数十MeV程度にまで膨れ上がっていることがわかる。この大きな開きによって、それぞれの公式が予測する中性子ドリップラインの位置もかなり違ったものとなり、この結果、存在しうる核種の数の予想にも大きな差を生じることになる。もちろん、原子力工学などの分野で質量公式を応用するという立場だけからいえば、これほど遠くまで公式を延ばすことは、目下のところなさそうである。しかし天体核物理分野で、とくに速い中性子捕獲過程による元素合成の問題を扱う際には、中性子分離エネルギーが2~3 MeVあたりの核種領域がキーポイントとなり、Sn（錫）では、質量数140~150近辺が問題になる。このあたりでも公式間の開きは20 MeV近くもあり、元素合成シナリオに重大な影響を与えているのが実情である。従って、特定の質量公式の外挿値をうのみにするには、きわめて危険であることがわかるであろう。外挿に対して少しでも信頼度の高い公式の出現が望まれる由縁である。

もうひとつ、核質量の実験的研究と質量公式に代表される理論的研究との、興味ある関連について触れよう。図11にはCs同位体について、実験値と理論値との比較が示されている。これらの同位体は、1979年にISOL (Isotope Separator On Line) 技術を駆使して、中重核領域では始めてベータ安定線から遠く離れたところまで質量が測定されたものとして、質量公式研究にとって非常に貴重なものであった。特に図からも見てとれるように、1979年の実験値をインプットデータとして使わずにつくられたほとんどの公式による外挿値が、その1979年の実験値から系統的にはずれていたことは、理論屋にとっては厳しくも興味のある問題となった。実験精度は200 keV程度であったから、それを考慮してもかなりのずれである。理論が悪いのか実験が怪しいのか。この問題はその後相互発展的に取り組まれ、実験技術の進歩ともあいまって、どちらかといえば実験が理論に歩み寄る形で進展が見られた。そして陽子過剰側についてはほぼ決定的な結論が実験側から与えられた。1990年にベニングトラップ法を使った質量の直接測定法によって、ほぼ20 keV以内という優れた実験精度で質量実験値が求められたのである。¹⁹⁾ この結果は図11にみられるとおり、大多数の公式の系統的な傾向を支持するものであった。質量公式の有効性もまんざらでもなさそうである。中性子過剰側では、その後の実験で数十keV程度まで精度が上げられたが、質量値そのものは1979年のものから大きな変動は見られず、²⁰⁾ こちらの領域では実験側に軍配が上がったと見てよさそうである。これら中性子過剰側の新しい質量実験値は、1988年版の評価済みデータに組み入れられているが、これをインプットデータとして使った1988年以降のめばしい公式でも、まだ、中性

子過剰側での実験値からの系統的なずれが多少見られる。これについては、今後の解析が待たれている。いずれにしても、これは実験と理論が相互に補いながら研究を進めた良い例と言えよう。

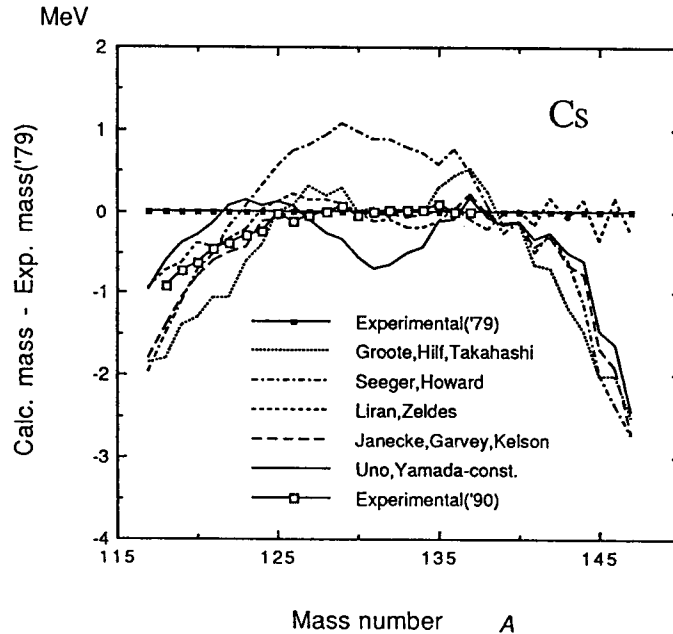


図 1.1. 各質量公式による Cs 同位体の質量予測値と実験値との比較。

図中の公式、Groote-Hilf-Takahashi (GHT), Seeger-Howard (SH), Liran-Zeldes (LZ), Jänecke-Garvey-Kelson および Uno-Yamada-const. については参考文献 15)、21) ~ 24) を参照のこと。

6. まとめ

この解説では、まず、ENSDF や Nuclear Data Sheets など基礎データとして用いられている Wapstra 達の評価済み質量値について述べた。原子核質量に関する膨大な実験値を根気良く整理して評価するという地道な努力により、多くの核種で評価済みデータはほとんど確定した値となっている。たとえば、1988年版のデータと1993年版のデータを比べると、その標準偏差は約 0.1 MeV であり、ほとんど(約90%)の核種で違いは50 keV以内におさまっている。しかし、ベータ安定線から離れた核に対しては、まだ、いくらかの変化、つまり評価の見直しが続いていることも事実である。第3節で書いたように、そのような核種領域のデータを使うユーザーは、注意をするべきであろう。

つぎに、未知核種の質量を推定するための質量公式を、いくつか紹介した。ユーザーからは、結局どれが一番良い公式なのかと聞かれそうだが、第5節で解説したように外挿性から見ると、質量公式の決定版はまだないと言ってよい。一般的には、実験値が存在する範囲のすぐ近くならシステマティクスを用いるか、またはシステマティクスを基にした質量公式で推定し、いくらか離れた領域では原子核モデルに基づいた公式を使うということになる。しかし、あまり離れると、推定値は図10のように収束せずバラバラになり、どれがベストとも言えない。どの場合も、図5～7のような図を用いて、自分が研究する領域近くでの公式の特性や誤差を、良く考察した上で使うことが必要である。

本稿の読者の多くは、原子力工学や原子核物理で評価済み質量値や質量公式が使われる方々であろうと思われる。そうした研究で得られる知見が、質量公式研究にもフィードバックされ、より信頼度の高い公式を生み出す原動力となること、その結果として安心して使える質量予測値が利用者に提供されるようになることが、我々の切なる願いである。

参考文献

- 1) C. F. von Weizsäcker, Z. Phys. 96 (1935)431;
H. A. Bethe and R. F. Bacher, Rev. Mod. Phys. 8 (1936) 82
- 2) G. Audi and A. H. Wapstra, Nucl. Phys. A565 (1993) 1
- 3) A. H. Wapstra, G. Audi and R. Hoekstra, Atomic Data and Nuclear Data Tables 39 (1988) 281
- 4) A. H. Wapstra and G. Audi, Nucl. Phys. A432 (1985) 1
- 5) A. H. Wapstra and K. Bos, Atomic Data and Nuclear Data Tables 19 (1977) 175
- 6) T. Tachibana, M. Uno, M. Yamada and S. Yamada, Atomic Data and Nuclear Data Tables 39 (1988) 251
- 7) M. Yamada and Z. Matumoto, J. Phys. Soc. Japan 16 (1961) 1497;
N. B. Gove and M. Yamada, Nuclear Data Tables A4 (1968) 237
- 8) S. Yamada, T. Tachibana, M. Uno and M. Yamada, Bull. Sci. Eng. Res. Lab. (Waseda Univ.), No. 119 (1987) 17
- 9) E. Comay, I. Kelson, and A. Zidon, Atomic Data and Nuclear Data Tables 39 (1988) 235

- 10) J. Jänecke and P. J. Masson, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 39 (1988) 265
- 11) P. Möller, W. D. Myers, W. J. Swiatecki and J. Treiner, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 39 (1988) 225
- 12) G. T. Garvey, W. J. Gerace, R. L. Jaffe, I. Talmi and I. Kelson, *Rev. Mod. Phys.* 41 (1969) S1
- 13) P. J. Masson and J. Jänecke, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 39 (1988) 273
- 14) T. Tachibana, M. Takano, and M. Yamada, JAERI-M 91-032 (1991) 395 ;
M. Uno, T. Tachibana, M. Takano, H. Koura and M. Yamada, *Nuclei Far From Stability / Atomic Masses and Fundamental Constants 1992* edited by R. Neugart and A. Wöhr (Institute of Physics Pub., 1993), P.117
- 15) H. v. Groote, E. R. Hilf, and K. Takahashi, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 17 (1976) 418
- 16) W. D. Myers, and W. J. Swiatecki, *Nucl. Phys.* 81 (1966) 1
- 17) P. Möller and J. R. Nix, *Nuclei Far From Stability / Atomic Masses and Fundamental Constants 1992* edited by R. Neugart and A. Wöhr (Institute of Physics Pub., 1993), P. 43 ;
to be published in *Atomic Data and Nuclear Data Tables*
- 18) A. K. Dutta *et. al*, *Nucl. Phys.* A458 (1986) 77; T. Tondeur *et. al*, *Nucl. Phys.* A470 (1987) 93; J. M. Pearson *et. al*, *Nucl. Phys.* A528 (1991) 1; Y. Aboussir *et. al*, *Nucl. Phys.* A549 (1992) 155;
to be published in *Atomic Data and Nuclear Data Tables*
- 19) H. Stolzenberg *et. al*, *Phys. Rev. Lett.* 65 (1990) 3104
- 20) G. Audi *et. al*, *Nucl. Phys.* A449 (1986) 491
- 21) P. A. Seeger and W. M. Howard, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 17 (1976) 428
- 22) S. Liran and N. Zeldes, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 17 (1976) 431
- 23) J. Jänecke, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 17 (1976) 455
- 24) M. Uno and M. Yamada, *Prog. Theor. Phys.* 65 (1981) 1322; Report INS-NUMA-40 (Institute for nuclear Study, University of Tokyo, 1982)