

解 説 (II)

フェルミガス模型による準位密度パラメータ

(日本原子力研究所) 中島 豊

1. はじめに

表題の研究については原研核データセンターに滞在していたイタリア ENEA 研究所の Dr. Arberto MENGONI との共同研究¹⁾により何編かの論文を発表し、学会発表等もしているので、数式の誘導等はそちらを御覧いただくとし、ここでは物理的描像を分かりやすく解説することとしたい。

フェルミガス模型における準位密度パラメータは、統計模型による複合核反応断面積の計算に必須の量であるばかりでなく、その系統性を調べることは、10 MeV 前後に励起した原子核の状態を研究する手段を与えることになる。

フェルミガス模型が適用できるのは数 MeV から数十 MeV に励起した原子核の状態に対してであり、それより低いエネルギーの状態に対してはスペクトロスコピーで得られた個々の準位に関する詳細な情報と定温度模型 (Constant Temperature Model) が利用されている。またフェルミガス模型の適用できる原子核の質量数の下限は 15 前後と考えられている。

2. フェルミガス模型

独立粒子模型の一種であり、しかもその中で最も簡単な模型である。この模型では、原子核構造はある限られた空間(例えば立方体の箱の中)に相互作用しないフェルミ粒子(フェルミガス)が閉じ込められ、自由に運動している。個々の粒子は等間隔の準位に配位される。基底状態ではこの準位の下の方からパウリの排他律に従って粒子が配置されている。励起状態では、励起エネルギーに相当して粒子が励起されるが、容易に想像されるように、このモデルでは多くの準位が縮退している。この縮退状態の数を組み合わせを用いて計算し、準位密度を求めることが出来る。こうして得られた準位密度は準位間隔が g_i である A 個のフェルミ粒子の系に対して (1) 式で表すことが出来る。

$$\rho_A(U) = \frac{1}{\sqrt{48}U} \exp(2\sqrt{aU}) \quad (1)$$

ここで $a \equiv (\pi^2/6) g_i$ で U は励起エネルギーである。明らかにこの系は陽子と中性子の区別もしていないし、角運動量、スピン等の運動の恒量が考慮されていない。従って (1) 式はこれらの運動の恒量に対して積分した結果、即ち全ての準位の密度を表している。

この系に対して熱力学を用いても準位密度を求めることが出来て、(1) 式と全く同じ結

果が得られる。この方法の有利な点は種々の束縛条件を容易に取り入れることが出来ることである。熱力学的方法により Z 個の陽子と N 個の中性子からなる系に対して容易に (2) 式を導くことが出来る。

$$\rho_{z,N}(U) = \frac{\sqrt{\pi}}{12a^{1/4}U^{5/4}} \exp(2\sqrt{aU}) \quad (2)$$

他の運動の恒量を取り入れると、角運動量 J パリティ Π の状態に対する単位密度は (3) 式で表すことが出来る。

$$\rho_{z,N}(U, J, \Pi) = \rho_{z,N}(U) f_s(J) g_{par}(\Pi) \quad (3)$$

$\rho_{z,N}(U)$ は (2) 式で表され、他のファクターは次のように表される。

$$f_s(J) = \frac{2J+1}{2\sigma^2\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{J(J+1)}{2\sigma^2}\right\} \quad (4)$$

$$g_{par}(\Pi) = \frac{1}{2} \quad (5)$$

(3) 式において未知の量は単位密度パラメータと呼ばれている a とスピncットオフパラメータ σ だけである。 a には原子核構造の全ての性質が反映されており、その決定方法と系統性については次節以下で述べる。 σ は原子核を剛体とみなして求められ、(6) 式で与えられる。

$$\sigma^2 = 0.01389A^{5/8}T \quad (6)$$

ここで A は質量数、 T は MeV 単位での核温度である。

3. 単位密度パラメータ

(2) 式は系が熱力学的平衡にあるとする条件の下で導出されたものであり、かつフェルミガス模型そのものも仮定に基づいたものであるから近似的なものでしかないが、数 MeV 以上の励起エネルギーではこれらの仮定は満たされていると考えられる。特に以下で問題にする中性子結合エネルギーに相当する励起エネルギーでは問題なく (2) 式を用いることが出来る。原子核の単位について詳細な情報が得られているのは基底状態付近を除けば中性子結合エネルギー付近の中性子共鳴単位のデータだけであるのでこのことは特に重要である。従って (2) 式において唯一未定である単位密度パラメータ a を s 波中性子共鳴の平均単位間隔から求めることが出来る。(3) 式の単位密度と s 波中性子共鳴の平均単位間隔の関係は (7) (標的核のスピncが 0 の場合) 或いは (8) 式 (標的核のスピncが 0 以外の場合) で与えられる。

$$\langle D \rangle_{I=0} = \frac{1}{\rho_{z,N}(U, J=1/2, \Pi)} \quad (7)$$

$$\langle D \rangle_{i=0} = \frac{1}{\rho_{z,N}(U, j=i_a+1/2, \pi) + \rho_{z,N}(U, J=I_a-1/2, \Pi)} \quad (8)$$

s 波中性子共鳴の平均準位間隔として Mughabghab らの収集データ²⁾を利用して準位密度パラメータ a を $41 \leq A \leq 253$ の質量領域で 217 核種に対して求め、質量数の関数として図 1 に示した。この図から分かるように準位密度パラメータ a は全質量領域に渡って大きく変動しており、これは核構造の影響によるものである。非常に単純なフェルミガス模型で現実の原子核準位を表そうとした無理がここに現れていると言っても良い。しかしながら他方では原子核の構造が如何なるものか解く手がかりを与えるものでもある。信頼性の高い系統式を得るためには準位密度パラメータが質量の緩やかな関数で表されるようにする必要がある。そのため核構造による影響を取り除かなくてはならない。その主なものは、核子間の対相関と殻効果である。以下にこれらについて述べる。

4. 対相関

図 1 において偶-偶核（陽子数、中性子数とも偶数の原子核）、奇質量核、奇-奇核（陽子数、中性子数とも奇数の原子核）は異なった系統性を示している。この効果は原子核の質量の偶-奇効果と同じものであり、核子の対相関によるものである。対相関の厳密な取扱いは BCS 理論に基づかなくてはならないが、励起エネルギーを再定義することが簡単でしかも効果的な取扱いである。即ち

$$U \rightarrow U - \delta$$

のように励起エネルギーを再定義する。ここで

$$\text{偶-偶核に対して } \delta = 2\Delta$$

$$\text{奇質量核に対して } \delta = \Delta$$

$$\text{奇-奇核に対しては } \delta = 0$$

である。対相関パラメータ Δ は隣の原子核との質量差から得ることが出来る。更にこの値は良い近似で次の式で表すことが出来る。

$$\Delta = \frac{12}{\sqrt{A}} \text{ MeV} \quad (9)$$

しかしながらこの式は基底状態に対して得られたものであり中性子結合エネルギー付近にまで励起した原子核に適用できるかどうか明かではない。この補正をした準位密度パラメータは図 2 に示すように偶-奇による差がなくなってしまっているから、対相関に関してはこの取扱いで十分なことが分かる。

5. 殻効果

対相関の効果を補正した図 2 から分かるように、依然として陽子および中性子の閉殻に

相当するところで大きな変動が残っている。これが殻効果である。この効果を補正する方法はいくつか提案されているが、我々は Ignatyuk らの方法を用いた。この方法の利点は単位密度パラメータを除いてこれまで述べた式をなんら変更する必要のないことである。彼らは超流動の理論を用いて原子核の励起エネルギー（温度）が $T_{cr} = 0.567 \Delta$ で超流動状態から常流動状態へ相転移することを示した。この転移温度以上では原子核はフェルミガスとして振る舞う。このエネルギー領域での Ignatyuk らの取扱いは次の通りである。

単位密度パラメータ a は励起エネルギー U と殻効果補正エネルギー E_{sh} に次の式のように依存する。

$$a(U) = a(*) \left\{ 1 + \frac{E_{sh}}{U} (1 - \exp(-\gamma U)) \right\} \quad (10)$$

ここで $a(*)$ は高いエネルギーで $a(U)$ が収束する暫近的な単位密度パラメータで、 γ は減衰パラメータと呼ばれているもので、その値については後で述べる。殻効果補正エネルギーは質量の実験値と液滴模型による滑らかな理論値 M_w との差として定義される。

$$E_{sh} = M_{exp} - M_w \quad (11)$$

液滴モデルはいろいろあり、異なった殻補正効果エネルギーを与えるので注意を要する。(10) 式を用いて s 波中性子共鳴の平均単位間隔を与える $a(*)$ を求めることが出来る。その結果を図 3 に示した。殻効果による変動が大幅に減少していることが分かる。質量公式は Myers と Swiatecki によるもの、減衰パラメータとしては

$$\gamma = \frac{0.40}{A^{1/3}} \text{ MeV}^{-1} \quad (12)$$

を用いた。

6. その他の効果

あと残されたもので主な効果はパリティと集団運動の効果である。

原子核の基底状態付近では明らかにパリティに片寄りが見られるが、エネルギーが高くなるにつれて、反対のパリティを持つ準位が増え、軽い核を除いて中性子結合エネルギー付近ではパリティ分布は等しいとすることができる。したがって我々の解析では異なったパリティは同じ分布をすとの仮定を採用した。

集団運動効果は理論的には諸々の研究があるが、実験的に見いだされたものはないのでここではこの効果は採りいれなかった。

7. 単位密度パラメータの系統式

図 3 にある曲線は

$$a(*) = \alpha A (1 - \beta A^{-1/3}) \quad (13)$$

を最小自乗法で s 波中性子共鳴の平均単位間隔から得られた値に当てはめて得た値である。

$$\alpha = 0.058025 \text{ MeV}^{-1}, \quad \beta = -5.09059$$

であり、標準偏差は $rms = 0.976 \text{ MeV}^{-1}$ である。この系統式を用いて s 波中性子共鳴の平均単位間隔が測定されていない原子核に対して単位密度パラメータがかなり良い精度で求めることが出来る。

もっと精度の良い系統式を得るには陽子数と中性子数の偶-奇によって分け、各々の系統式を求めることである。さらに全部の質量数に渡って一つの系統式を求めるのではなく、質量数をいくつかの領域に分け、その領域毎に系統式を求めれば更に精度の良い系統式を得ることが出来る。

8. おわりに

現時点において最善の単位密度パラメータの系統式が得られたと思っている。残された問題はフェルミガス模型においては集団運動効果を実験データから如何に求めるかである。フェルミガス模型から離れると、励起エネルギーの低い領域（定温度模型の領域）で単位に関する十分な実験データのない原子核の単位密度推定の精度を上げることと、もっと高いエネルギー領域の単位密度を精度良く求める方法の確立である。

また対相関、殻効果、変形効果等原子核の基底単位付近で見いだされている現象が中性子結合エネルギー（ $\sim 8 \text{ MeV}$ ）でも同様に現れることが明確になってきた。

なおフェルミガス模型の単位密度パラメータと系統式を求めるパーソナルコンピュータ（NEC PC-98, IBM PC）用のプログラム HERMES¹⁾を開発した。HERMES では上に述べたものだけでなく、各種のオプションにより異なったパラメータ値（対相関、核温度等）を用いて単位密度パラメータの計算が出来るようになっている。関連するデータベース、フォートランのソースプログラムも含めて全て公開しているので、希望者は原研核データセンターまでお申込下さい。

参考文献

- (1) A. MENGONI and Y. NAKAJIMA: "HERMES: A Personal Computer Program for Calculation of the Fermi-Gas Model Parameters of Nuclear Level Density", JAERI-M 93-177(1993); "Fermi-Gas Model Parametrization of Nuclear Level Density", to be published in J. Nucl. Sci. and Technol.(1994); "Nuclear Level Density Parameter Systematics Revisited: Nuclear Deformation Effects", to be published in the Proceedings of the 1993 Symposium on Nuclear Data, JAERI-M (1994).

- (2) S. F. MUGHABGHAB, M. DIVADEENAM and N. E. HOLDEN: "Neutron Resonance Parameters and Thermal Cross Sections", Part A, Academic, New York, 1981;
 S. F. MUGHABGHAB: *ibid.*, Part B, Academic, New York, 1984.

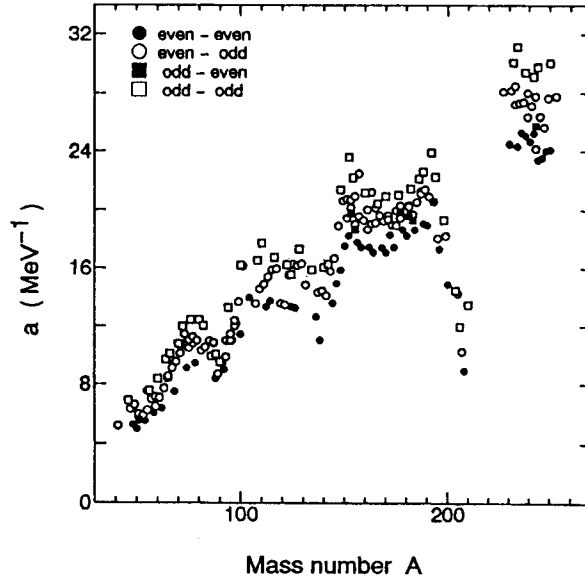


図1 (7)または(8)式により計算した準位密度パラメータ a 。

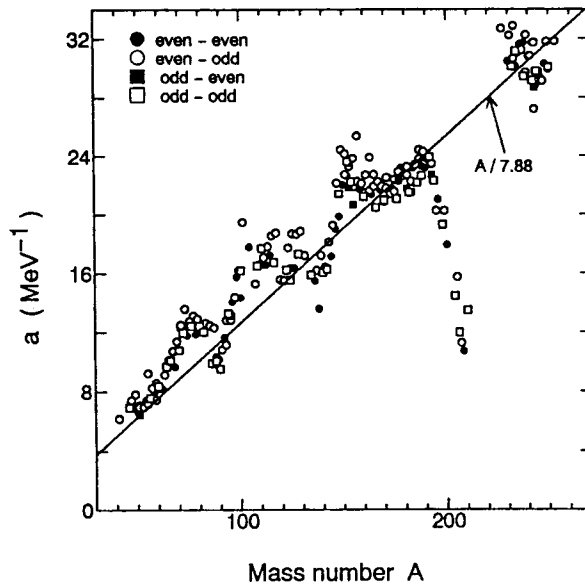


図2 図1の値に対相関の補正をした準位密度パラメータ a 。

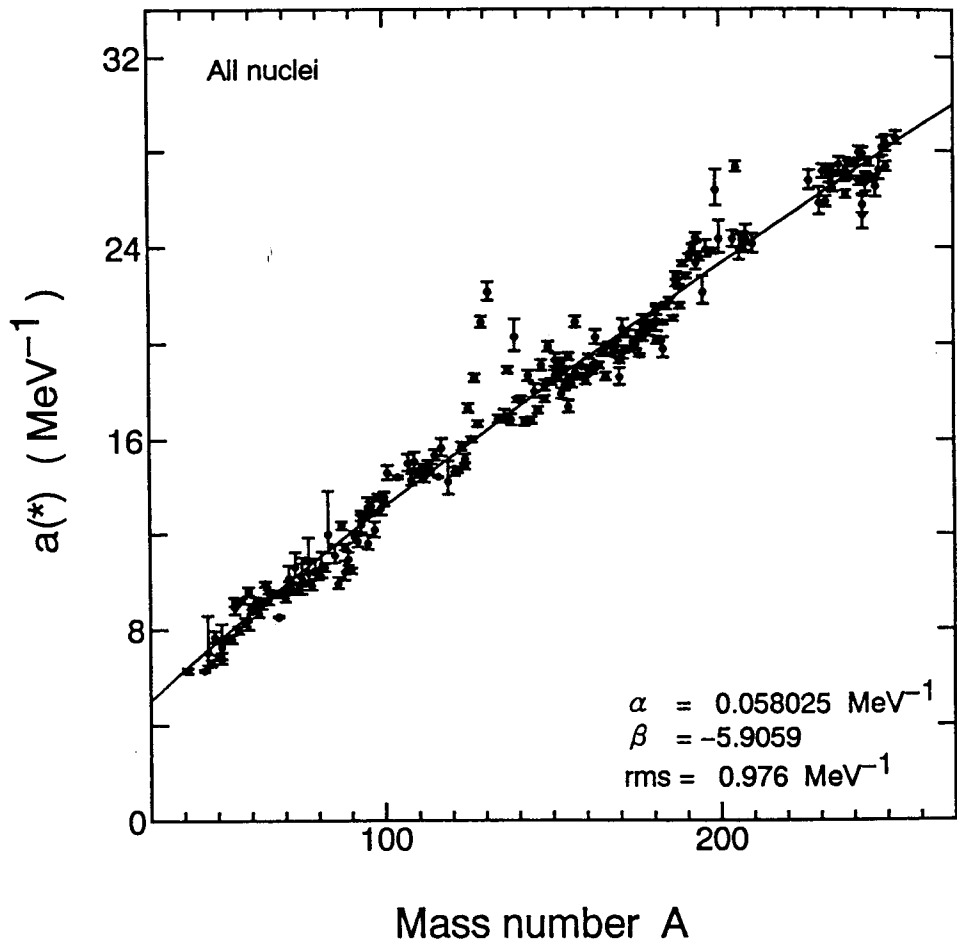


図3 s波中性子共鳴の平均準位間隔から得られた単位密度パラメータ a^* 。実線は(3)式を最小自乗法で当てはめて得た値。