

解 説 (I)

核反応における統計的多段階過程に関する研究の進展(中)

(九州大学総合理工学研究科) 渡辺 幸信

前平衡理論の半古典的アプローチをテーマにした前稿(上)の原稿を編集委員会に送った直後に、GadioliとHodgson両博士³⁾による前平衡過程のレビュー本「Pre-Equilibrium Nuclear Reactions」が出版されたことを知り、早速読んでみた。統計的多段階過程も含んだ前平衡過程研究の成果が歴史的な進展を追って非常に要領よく整理されている。特に、統計的多段階過程に関しては、多段階複合核反応と多段階直接反応が各1章づつ割り当てられ、各理論ごとに計算式の詳細な導出や豊富な実験データの解析結果が掲載され、最新の研究成果(1991年までに発表された関連論文を含む)にまで言及した構成となっている。さらに、前平衡過程に関連深い複合核反応、直接反応や準位密度に対してもそれぞれ章が設けられ、優れた核反応論の教科書に仕上がっている。というわけで、私のような浅学非才な若手研究者がこの分野のレビューを改めてする必要がなくなったわけであるが、(上)を執筆した都合上、当初のスケジュールにしたがって、この寄稿を続けていくことをお許し願いたい。(中)以降は、名著「Pre-Equilibrium Nuclear Reactions」のダイジェスト版という位置づけで読んでいただければ幸いである。

3 統計的多段階過程の量子力学的モデル

3-1 序 — 多段階核反応過程の物理的描像 —

広範にわたる実験データの解析を通じて半古典的(現象論的)モデルの改良が行われる一方、1970年代後半に入り、量子力学的手法を導入した前平衡過程理論の定式化がいくつかのグループにより進められた。代表的な理論として、Feshbach, Kerman, Koonin の FKK理論²⁾、Tamura, Udagawa, Lenskeによる多段階直接反応理論^{3,4)}(TUL理論、あるいはMSDR理論とも呼ばれる)、Nishioka, Weidenmüller, Yoshida⁵⁾のNWY理論がある。これらの理論研究は、核反応の直接、前平衡、複合核過程の統一的な記述を目指す研究のベクトル線上にある。

量子力学的理論が描く核反応の多段階過程も半古典的モデル(上)の図4参照と同様に、標的核と入射粒子間の核子-核子衝突の連続として捉えられる。最初の核子核子相互作用の結果、2粒子1空孔(2p-1h)状態が形成され、それに続く相互作用によりさらに粒子-空孔対が生じ、3p-2h状態となる。持ち込まれたエネルギーが核全体に分散して、完全に平衡な核が形成されるまでこのようなプロセスが繰り返される。量子力学的理論では、図8に示すように、各ステージ(励起子数で分類された状態の集合)は、少なくとも1粒子が連続にある状態($P\Phi$)とすべての粒子が束縛されている状態($Q\Phi$)とに分けて考察される。ここでPとQは全波動関数 Φ に作用する射影演算子であり、 $P+Q=1$ の関係がある。(P Φ)状態の組が多段階直接(MSD)過程に寄与

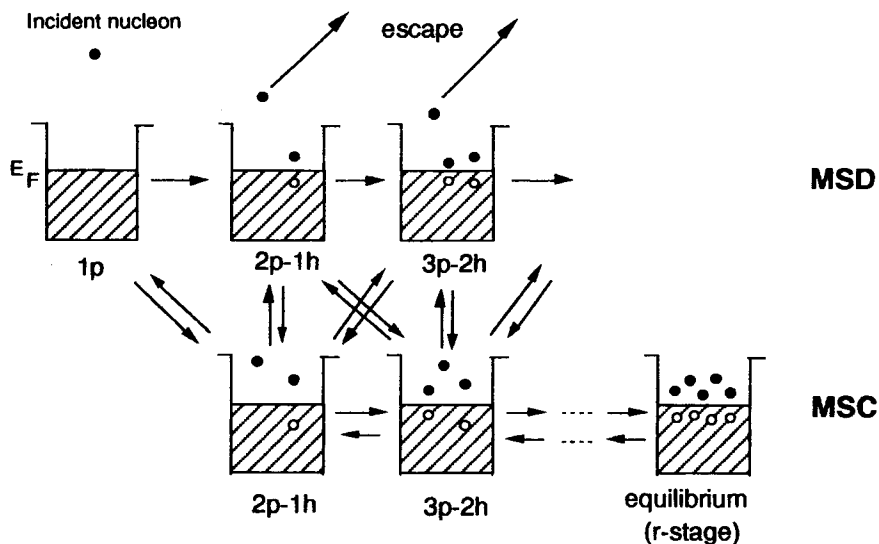


図8 多段階反応過程の模式図

し、(Q Φ)状態の組が多段階複合核(MSC)過程に関係する。このようにP空間とQ空間を分けて取り扱う点が半古典的モデルの場合と異なる点である。

前平衡粒子放出はP空間の中で反応がすすむP連鎖の各ステージから直接起こるか、Q空間の中で反応が進むQ連鎖から間接的に起こる。後者ではすべての粒子が束縛されているので、粒子放出の場合、一旦Q空間からP空間への遷移(図8に示すように3通りの遷移の可能性がある)が必要となる。反応の時間スケールでみると、前者のMSD粒子放出は反応の初期段階で短時間に起こり、放出粒子は入射粒子の方向の記憶をある程度維持しており前方ピークの角分布を与える。一方、後者のMSC粒子放出では、Q連鎖遷移がよりゆっくりと進行し、励起子数を変えない相互作用が非常に多く起こり、各ステージで準平衡状態が達成されていると考えられている。このため、90°対称の角分布をもつことになる。

核反応において、PおよびQ連鎖のいずれかに入る相対的割合は入射エネルギーに強く依存する。入射エネルギーが低く(一般に、核子入射では20MeV以下)、高い励起子数ではQ連鎖での相互作用、すなわちMSC粒子放出が支配的となる。入射エネルギーが高くなるにつれ、P連鎖を経由するMSD粒子放出がますます重要になってくる。このため、今後の高エネルギー核データ評価においては、前方ピーク角分布を示すMSD粒子放出の取り扱いがとくに重要となることが予想される。以下の各理論紹介で述べるように、両者の寄与は独立に評価され、MSC断面積とMSD断面積の非干渉和が実験値と比較される。

以下、量子力学的理論モデルとして、FKK理論、TUL理論、SMD/SMCモデル^{6,7)}、NYY理論を取り上げて、それぞれについて要約していくことにする。また、最近、統計的仮定や採用した近似に基づいたMSD理論の分類と計算結果の相互比較に関する優れた仕事がKoningとAkker-mans⁸⁾により発表されたので、彼等の仕事の一端を紹介し、MSD理論を整理したいと思う。

3-2 FKK理論

FKK理論では2つの基本的仮定がなされる。1つは chaining hypothesisで、残留相互作用はNステージからN±1ステージへの遷移のみを引き起こすことを仮定する。もう1つは、遷移行列要素の位相はランダム位相であるという核反応の統計理論で使われるものと同様な統計的仮定である。図8に示すように各ステージでは3つの可能な反応過程がある。(a)さらに粒子-空孔対を励起する過程、(b)1対の粒子-空孔対が消滅して脱励起する過程、(c)連続状態への粒子放出である。非平衡過程の初期段階では(a)の過程が起こる確率が(b)に比べ圧倒的に大きいので、(b)を無視する近似 (never-come-back近似) がなされる。

以下、多段階複合核反応と多段階直接反応の2重微分断面積の公式を要約する。

(1) 多段階複合核反応 (MSC)

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega d\epsilon} = \pi\lambda^2 \sum_J (2J+1) \left[\sum_{N=1}^r \sum_{l_s \lambda} C_{lsJ}^\lambda P_\lambda(\cos\theta) \right. \\ \left. \times \sum_{\nu=N-1}^{N+1} \frac{\langle \Gamma_{N\nu}^{\uparrow l_s \nu} \rho_s^\nu(U) \rangle}{\langle \Gamma_{N\nu} \rangle} \prod_{m=1}^{N-1} \frac{\langle \Gamma_{mJ}^\dagger \rangle}{\langle \Gamma_{mJ} \rangle} 2\pi \frac{\langle \Gamma_{1J} \rangle}{\langle D_{1J} \rangle} \right] \quad (3.1)$$

上式は(a)複合系の形成断面積、(b)系が粒子放出せずにNステージに到達する確率、(c)Nステージから粒子を連続状態に放出する確率の3項の積の和から成り立っている。

まず、複合系の形成断面積は初期反応ステージに対する強度関数 $2\pi \langle \Gamma_{1J} \rangle / \langle D_{1J} \rangle$ を用いて次式で与えられる。

$$\sigma_a = \pi\lambda^2 \sum_J (2J+1) \frac{2\pi \langle \Gamma_{1J} \rangle}{\langle D_{1J} \rangle} \quad (3.2)$$

この断面積は光学モデルにより計算される。

前平衡粒子放出なしにNステージに到達する確率は、never-come-back近似を用いると

$$\prod_{m=1}^{N-1} \frac{\langle \Gamma_{mJ}^\dagger \rangle}{\langle \Gamma_{mJ} \rangle} \quad (3.3)$$

となる。ここで、全幅 $\langle \Gamma_{mJ} \rangle$ は全放出幅 $\langle \Gamma_{mJ}^\uparrow \rangle$ と全ダンピング幅 $\langle \Gamma_{mJ}^\downarrow \rangle$ の和である。この因子はハイブリッドモデルでの depletion因子 ((2.15)式の D_s) と同じ役目をもっている。

Nステージからの粒子放出確率は

$$\sum_\nu \frac{\langle \Gamma_{N\nu}^{\uparrow l_s \nu} (U) \rho_s^\nu(U) \rangle}{\langle \Gamma_{N\nu} \rangle} \quad (3.4)$$

で与えられる。ここで、 $\rho_s^\nu(U)$ はスピンJの複合核状態から到達可能な励起エネルギーUの終状態密度である。 ν は励起子数の3通りの変化 $\Delta n = 0, \pm 2$ に対応する標識を意味する。

(3.1) 式の C_{lsJ}^λ は角運動量の結合係数で Hauser-Feshbach 理論と同様に次式で与えられる。

$$C_{ksj}^\lambda = (-)^s \left(\frac{2\lambda+1}{4\pi} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} J & J & \lambda \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \overline{Z}(JLk_s\lambda) \quad (3.5)$$

ここで、 λ は偶数のみを取り、この結果、 90° 対称の角分布となる。

一般に、(3.1) 式の N に関する和は $N=3$ あるいは 4 までとられる。(それ以上は断面積が非常に小さくなる。) 反応が進みより複雑な配位をもったステージに行くと、 $N-1$ への遷移確率が増加して、 $N+1$ への遷移確率に近付いてくる。両者が等しくなったとき、その系は完全に統計的平衡状態 (r ステージと呼ぶ) に到達する。この r ステージからの粒子放出断面積は次式で与えられる。

$$\frac{d\sigma_r^{(f)}}{d\varepsilon} = \pi\lambda^2 \sum_J (2J+1) \frac{2\pi \langle \Gamma_{1J} \rangle}{(D_{1J})} \left(\prod_{k=1}^{r-1} \frac{\Gamma_{kJ}^\downarrow}{\Gamma_k} \right) \frac{\Gamma_{rJ}^{(f)}}{\Gamma_{rJ}} \quad (3.6)$$

この式は、depletion 因子の係った透過係数を用いて、Hauser-Feshbach 公式と類似した表現に書き直すことができる。

これまで示した各式中のすべての量は量子力学的に、あるいは原子核の性質に基づく系統性により計算される。その詳細については文献^{1,2)}を参照してもらいたい。

(2) 多段階直接反応 (MSD)

各ステージからの粒子放出に対する断面積の非干渉的な和として 2 重微分断面積が与えられる。

$$\frac{d^2\sigma}{dUd\Omega} = \left(\frac{d^2\sigma}{dUd\Omega} \right)_{1step} + \left(\frac{d^2\sigma}{dUd\Omega} \right)_{Multistep} \quad (3.7)$$

ここで、 U は残留核の励起エネルギーである。1段階過程に対する断面積は、スペクトロスコピック因子を 1 とし、DWBA 理論に従って次式で与えられる。

$$\left(\frac{d^2\sigma}{dUd\Omega} \right)_{1step} = \sum_L (2L+1) \omega(U,L) \left\langle \left(\frac{d^2\sigma}{dUd\Omega} \right)_{DW/L} \right\rangle \quad (3.8)$$

ここで、 $\langle d^2\sigma/dUd\Omega \rangle_{DW}$ は移行角運動量 L に結合したエネルギー的に可能なすべての $1p1h$ 状態にわたって平均化された DWBA 断面積である。 $\omega(U,L)$ は残留核の $1p1h$ 状態密度であり、Ericson の公式とスピン分布関数の積で与えられる。

多段階過程の断面積は各ステージへの遷移確率 $d^2W_{n,n-1}/dU_n d\Omega_n$ のフォールディング積分の形で

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2\sigma}{dUd\Omega} \right)_{Multistep} &= \sum_n \sum_{m=n-1}^{n+1} \int \frac{dk_1}{(2\pi)^3} \int \frac{dk_2}{(2\pi)^3} \dots \int \frac{dk_n}{(2\pi)^3} \frac{d^2W_{mn}(k_f, k_n)}{dUd\Omega} \\ &\quad \cdot \frac{d^2W_{n,n-1}(k_n, k_{n-1})}{dU_n d\Omega_n} \dots \frac{d^2W_{21}(k_2, k_1)}{dU_2 d\Omega_2} \left(\frac{d^2\sigma(k_1, k_i)}{dUd\Omega} \right)_{1step} \end{aligned} \quad (3.9)$$

として与えられる。

粒子の運動量が k_{n-1} から k_n へ変化するときの $n-1$ から n ステージへの遷移確率は

$$\frac{d^2 W_{n,n-1}(k_n, k_{n-1})}{dU_n d\Omega_n} = 2\pi^2 \rho(k_n) \rho_n(U) \langle |v_{n,n-1}(k_n, k_{n-1})|^2 \rangle \quad (3.10)$$

となる。 $\rho(k_n)$ は連続状態での粒子の状態密度、 $\rho_n(U)$ は残留核の終状態密度であり、

$v_{n,n-1}(k_n, k_{n-1})$ は遷移行列要素である。

F K K 理論では、干渉項は消え、異なった部分波は非干渉的に寄与すると仮定するので、

(3.10) 式の遷移行列要素の 2 乗平均は

$$\langle |v(k_i, k_f)|^2 \rangle = \sum_L (2L+1) \langle |v_L(k_i, k_f)|^2 \rangle R(L) \quad (3.11)$$

で与えられる。 $R(L)$ は残留核のスピン分布関数である。

多段階過程で用いられる遷移行列要素は最初の F K K の論文²⁾では $\langle \chi^{(-)} | V | \chi^{(-)} \rangle$ (χ は歪曲波) となっていたが、これは $\langle \hat{\chi}^{(+)} | V | \chi^{(+)} \rangle$ ($\hat{\chi}$ は複素共役) の非 DWBA 行列要素となるべきことが Kawai¹⁰⁾ と Udagawa 等¹¹⁾ により指摘された。一方、Bonetti 等^{12,13)} は DWBA 行列要素 $\langle \chi^{(-)} | V | \chi^{(+)} \rangle$ を用いた最初の数値計算を行い、実験値とのよい一致を得た。その後、DWBA か非 DWBA のいづれが正しいのかという論争がつづき、Feshbach^{14,15)} が統計的平均操作が正しく実行されれば、非 DWBA 行列要素が DWBA 行列要素に変換されうることを証明しこの問題は一応の解決をみた。しかしながら、彼の考え方はまだ十分に受け入れられたとは言い難く、現在でも活発な議論がつづいている状況である。¹⁶⁾

ここで、F K K 理論が実験データの解析に適用された結果を幾つか紹介する。MSC 反応理論は、まず最初に Bonetti 等¹⁷⁾ により離散的な状態への ($^3\text{He}, p$) と ($^3\text{He}, \alpha$) 反応の励起関数にみられる fluctuation の解析に適用され、その後は主に、低エネルギー核反応の二重微分断面積の解析に用いられた。

10 ~ 20 MeV 領域の核子入射反応の解析に適用された 1 例¹⁸⁾ を図 9 に示す。 ^{59}Co の 14 MeV 中性子入射反応から 30° および 150° に放出された中性子のエネルギースペクトルである。N = 1 ~ 3 は MSC 放出成分を示し、破線および点線は r ステージ放出成分で前者が (n,n') 反応、後者が (n,2n)+(n,pn) 反応からの 2 粒子放出の寄与を表している。後方角の高エネルギー領域は MSC 成分ではほぼ実験値を説明できている。一方、前方角では過小評価となっているが、実験値が前方ピーク性をもっており MSD 成分の寄与が予想できる。これまでに Bonetti 等のミラノ大や Hodgson 等のオックスフォード大のグループにより、(n,n')、(n,p)、(p,n) 反応からの放出粒子エネルギースペクトルの解析に MSC 理論が応用されてきた。²⁹⁾ MSC 理論が (n,2n) 反応放射化断面積の計算に適用された例¹⁹⁾ を図 10 に示す。計算では、1 粒子目の放出に対して MSC 理論が使われ、2 粒子目の放出には Weisskopf - Ewing による蒸発モデルが用いられた。1、2 粒子放出とも蒸発モデルのみを用いた場合 (破線) に比べ、MSC 放出を考慮した方 (実線) が実験値をよく再現できることを示している。

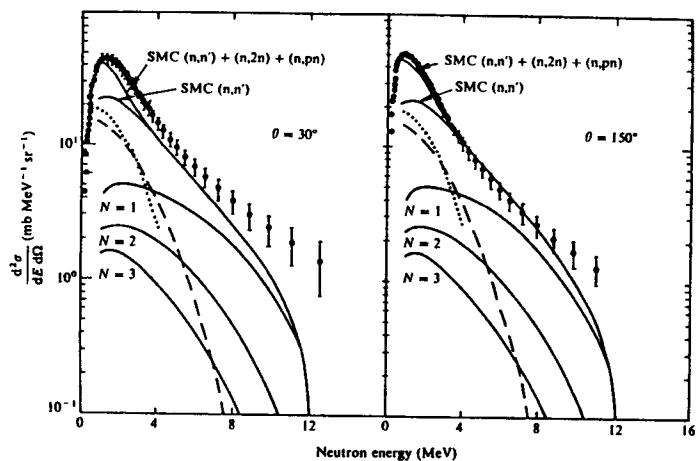


図9 ^{59}Co の14MeV中性子入射反応から 30° と 150° へ放出された中性子のエネルギースペクトルの実験値と統計的多段階複合核 (SMC) 理論計算との比較 (文献8)

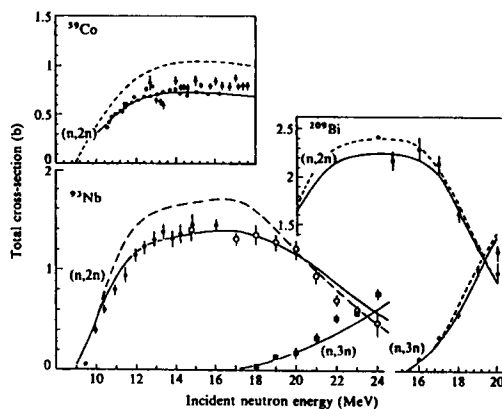


図10 ^{59}Co 、 ^{93}Nb 、 ^{209}Bi に対する (n,2n)、(n,3n)反応断面積。実線と破線はそれぞれ、MSC計算 (1粒子放出のみMSC) とWeisskopf-Ewingの蒸発モデル計算 (1、2粒子放出とも) の結果である。(文献19)

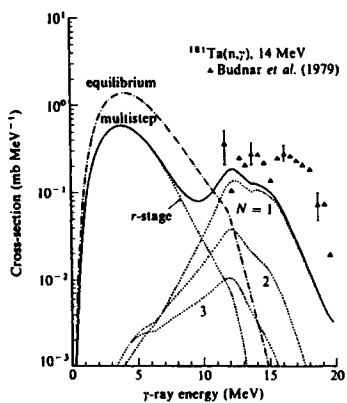


図11 ^{181}Ta に対する14MeV (n,γ)反応からの放出γ線スペクトルの実験値とMSC計算値との比較 (文献22)

最近では、P連鎖からQ連鎖への遷移（例えば、 $2p1h$ [P連鎖] から $3p2h$ [Q連鎖] への遷移など）も含めるようにMSC理論を拡張する試みが行われた^{20,21)}。14 MeV入射に適用された結果は、以前の計算結果と比べベクトルの形状や大きさに大きな違いを示さなかった。しかしながら、入射エネルギーが高くなるとP連鎖に入るフラックスが増加してくるので、MSC計算の際にはこのような遷移を考慮することが重要となると予想される。さらにObložinskýとChadwick²²⁾により γ 線放出に対するMSC理論の定式化も行われた。彼等は、 γ 線放出幅の計算に必要な電磁遷移行列要素をBrinkの仮定に基づいて得られる光吸収断面積から求める方法を採用した。計算の詳細は省略し、計算結果の1例のみを図11に示す。MSC過程を含めることは高エネルギー γ 線の放出を増加させるが、依然として過小評価である。これはMSD過程の γ 線放出が計算に含まれていないことによる。

次に、MSD計算の結果と実験値との比較を数例示ことにする。Bonetti等¹²⁾は数十MeV (p,n)反応にMSD理論を適用し、二重微分断面積の計算を行った。その結果を図12に示す。彼等は1 fmのレンジのYukawa型有効相互作用を用い、多段階過程の遷移行列要素としてDWBA型を使用した。残留核の励起エネルギーUが低い（対応する放出中性子エネルギーは高い）ほど、実験値との一致がよく、また1段階過程からの寄与（破線）が大きいことがわかる。さらに彼等¹³⁾は有効相互作用にLS項を導入することで、偏極陽子反応で測定された偏極分解能の解析にも応用し、多段階過程を含めることで後方角での振舞いをよく再現できることも示した。

図13は、26.7 MeVでの⁶⁵Cu(p,xn)反応に対する二重微分断面積に対して、半古典的前平衡モデルによる計算結果とFKK理論計算結果との比較を行った結果である。²³⁾ (a) 図はGDHモデルによる計算結果で、屈折の効果を考慮しても後方角で大きく過小評価している。一方、FKK理論による計算結果はMSD成分（破線）とMSC成分（一点破線）の両方を含み、全角度にわたり実験値とのよい一致を得ている。なお、両成分の計算では同一の有効相互作用の強さ（27 MeV）が用いられた。

入射エネルギーが高くなると、MSD過程の寄与が大きくなる。FKKのMSD理論の検証のために、80~200 MeV領域での(p,p')や(p,n)反応二重微分断面積の系統的な測定がCowley等²⁴⁾やScobel等²⁵⁾により行われ、MSD理論により解析された。80 MeV

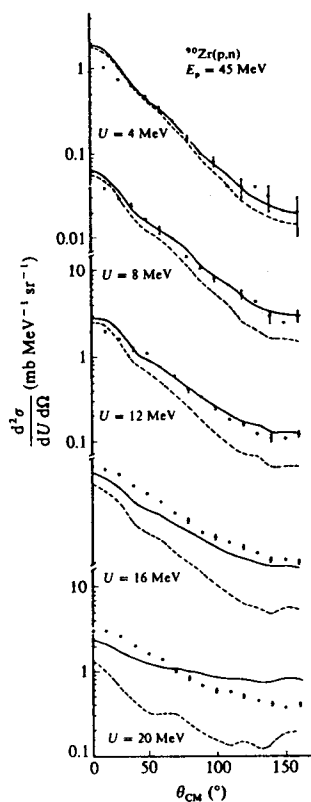


図12 45MeVにおける⁹⁰Zr(p,n)反応二重微分断面積。破線は1ステップ直接過程成分を示し、実線は1ステップ+多段階直接過程成分の和である。(文献12)

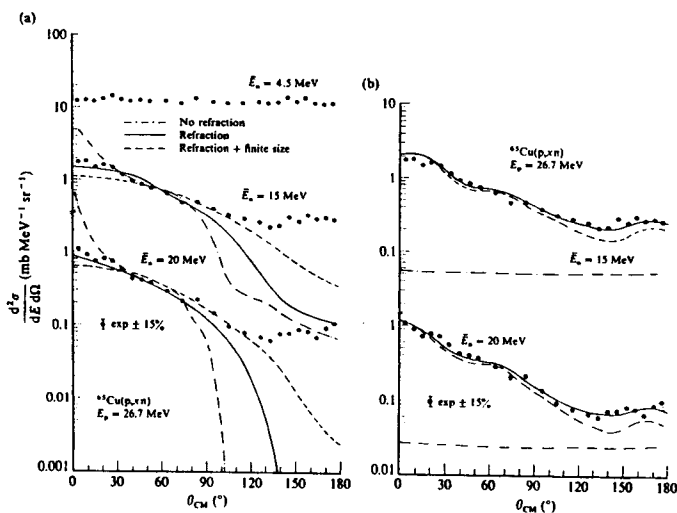


図13 26.7 MeVにおける $^{65}\text{Cu}(p,xn)$ 反応二重微分断面積の実験値と計算値との比較。(a) GDHモデル (b) FKK理論計算 [MSD (破線)、MSC (一点鎖線)] (文献23)

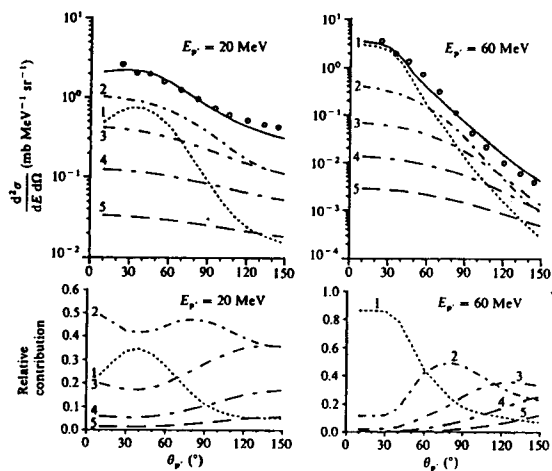
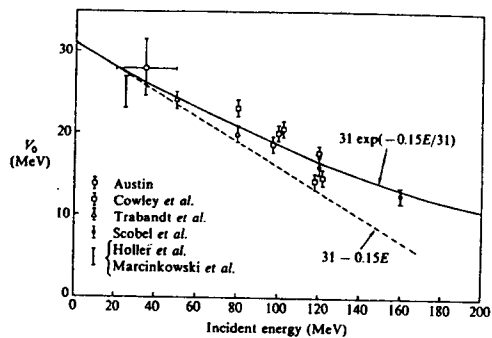


図14 80MeVにおける $^{90}\text{Zr}(p,p')$ 反応二重微分断面積の実験値とFKK理論のMSD計算結果との比較。下図は各反応ステージの相対的割合を示す。(文献24)

図15 FKK理論による解析から得られた有効NN相互作用 (レンジ1fmのYukawa型) の強さの入射エネルギー依存性。実線および破線は光学モデルポテンシャルのエネルギー依存性から導出される。(文献26)



入射エネルギーでの $^{90}\text{Zr}(p,p')$ 反応の場合の結果を図14に示す。放出エネルギーが低くなると、第1段階過程の寄与(点線)の相対的割合が減少してきて前方でも多段階過程が主要な反応過程となることを示している。

このように広い入射エネルギー範囲にわたるデータの解析を通じて、FKK理論の唯一のパラメータである有効相互作用の強さ V_0 の入射エネルギー依存性が明らかになったことが最近の成果の1つである。1fmのレンジのYukawa型ポテンシャルを用いた場合、図15に示すような結果が得られ、光学ポテンシャルの実部と同様のエネルギー依存性をもつことがわかった。²⁶⁾ なお、MSCとMSDの両方とも同一パラメータで計算されている。この結果は、調整可能なパラメータを固定して、FKK理論計算を200MeVまでの高エネルギー核データ評価に応用できる可能性を示唆している。さらに、 V_0 の質量数依存性に関するOlaniyi等²⁷⁾の最近の研究において、 $A^{-1/2}$ 依存性があることもわかってきた。

FKK理論は多くの実験データの解析を通じて、実験値(二重微分断面積)とのよい一致が得られることがわかり、高エネルギー核データ評価への応用として有望視されている。しかしながら、 $d, t, ^3\text{He}, \alpha$ 粒子などの複合粒子放出をすべて含んだモデルへの拡張や多段階過程における多粒子放出の取り扱いなどの課題や半古典的モデルと比較して多くの計算時間を要するといった実用上の問題点もある。また、MSDに関しては、前述のように多段階過程の遷移行列要素はDWBA形式か非DWBA形式かという問題もまだ完全には解決していなく、早期に理論上の決着が望まれる状況にある。

3-3 TUL理論

Tamura, Udagawa, Lenskeにより提案されたこの理論は多段階直接反応(MSDR)理論とも呼ばれ、離散的準位への直接反応の記述で成功を取めているDWBAの方法を連続領域まで拡張した理論である。残留核においてランダムな符号と振幅をもった殻モデル状態が統計的に分布していると仮定する。高励起状態では、残留核の状態は強くオーバーラップしており、あるエネルギーピン内で平均された断面積(測定データの方は検出器の分解能で平均化されている)を考えた場合、干渉項は打ち消し合い、すべての複雑な状態への遷移断面積はより単純な少数個の殻モデル状態への遷移断面積の非干渉和に置き換えられる。また、各反応段階の振幅間の干渉もないと仮定され、1段階断面積と多段階断面積との非干渉和として全断面積が定義される。TUL理論のエネルギー平均操作の際に用いられる統計的な性質は、KoningとAkkermans⁸⁾により、"residual-system statistics"と呼ばれ、先述のFKK理論の場合の"leading particle statistics"とは異なった統計に基づいた理論として分類されている。

この理論では2段階過程までしか実際的には計算できない。2段階過程の計算では、1回の相互作用後に形成された中間状態(1p1h状態)において完全な配位混合が起こり、その後、第2の2体相互作用が起こるといふadiabatic近似を採用する。TUL理論によれば、 $a + A \rightarrow b + B$ 反応の1段階過程と2段階過程の二重微分断面積は最終的に次式で与えられる。

$$\frac{d^2\sigma^{(1)}(E_b; \theta_b)}{dE_b d\Omega_b} = \sum_J \rho_J(E_x) \frac{d\sigma_J^{(1)}(E_b, \theta_b)}{d\Omega_b} \quad (3.12)$$

$$\frac{d^2\sigma^{(2)}(E_b; \theta_b)}{dE_b d\Omega_b} = \sum_{J_1, J_2} \int dE_c \rho_{J_1}(E_x) \rho_{J_2}(E_x) \sum_J \frac{d\sigma_{J_1 J_2; J}^{(2)}(E_b, E_c; \theta_b)}{d\Omega_b} \quad (3.13)$$

$$\rho_J(E_x) = \sum_B C_B(E_x) (d_J^{BA})^2 \quad (3.14)$$

ここで、 $\rho_J(E_x)$ はスペクトロスコピック密度と呼ばれる。 d_J^{BA} はスペクトロスコピック振幅である。それに係る係数 $C_B(E_x)$ は励起エネルギー E の実際のレベルの中にモデル状態 $|B\rangle$ が占める相対的割合を表している。 J は 1 組の軌道、スピン、全移行角運動量を表す。断面積 $d\sigma^{(1)}/d\Omega$ と $d\sigma^{(2)}/d\Omega$ は第 1 オーダーおよび第 2 オーダーの DWBA 断面積である。

Tamura 等²⁰⁾により、この理論は 62 MeV の (p,p)、(p, α) 反応やそれ以下のエネルギーでの (p,n) 反応の解析に使われた。その結果の 1 例²⁰⁾を図 16 に示す。放出陽子エネルギーの減少と共に 2 段階過程の寄与が増加する傾向を示している。これらの計算では、形状因子は角運動量に独立であると仮定され、集団的励起を計算する通常の方法に従い光学ポテンシャルの 1 回微分形 (巨視的な形状因子) が使われた。この結果得られた変形パラメータ β はエネルギー和則を越えることが Bertsch と Tsai²⁹⁾により指摘され、TUL 理論の絶対値問題として論争が起きたが、 $\rho_J(E_x)$ の計算に乱雑位相近似を用い³⁰⁾、さらに完全に微視的な形状因子計算を行うことで正しい絶対値が得られることを Tamura 等⁴⁾は示した。なお、彼等は 1 段階断面積の計算コード ORION-TRISTAR-1³¹⁾を公開している。

Kumabe 等³²⁾は、14 MeV 中性子反応の核データ評価への応用を目指し、TUL 理論を (n,n)、(n,p)、(n, α) 反応断面積の計算に適用した。この際、1 粒子殻モデルに対して各準位を $(2J+1)/2$ 本にスプリットさせ、一様に再分布させる修正を施し、エネルギースペクトルのスムーズ化をはかった。(n,n) と (n,p) 反応に対しては、1 段階過程のエネルギースペクトルが励起子モデルの $n=3$ 成分と等しい形状と大きさを与え、複合核過程成分を引いた角分布の実験値と良い一致を示す結果となった。その後、筆者等³³⁾により 14 MeV 中性子非弾性散乱二重微分断面積の計算に TUL 理論が応用された。この計算では、高エネルギー粒子放出でもっとも寄与の大きい 1 段階過程に対してのみ TUL 理論が適用され、2 段階以上の直接過程および MSC 過程は一般化励起子モデル (GEM) を用いて半古典的に取り扱われた。その結果を図 17 に示す。乱雑位相近似を用いることで、低励起エネルギーの集団的励起状態への遷移も計算できている。図 18 は、同一反応に対し、Lenske と Wolter³⁴⁾によって行われた 2 段階過程まで含めた TUL 計算結果である。図 17 と図 18 の 1 段階成分はほぼ等しい形状と大きさを与えている。2 段階までの TUL 断面積と FKK 理論による MSC 断面積を加えることで実験値を再現できることを示している。

Tamura-Udagawa³⁵⁾や Dragun 等³⁶⁾は α 粒子放出反応に対してトリトンのピックアップ反応機構を仮定した TUL 計算を行い、実験値とのよい一致が得られることを示した。さらに、TUL 理論は

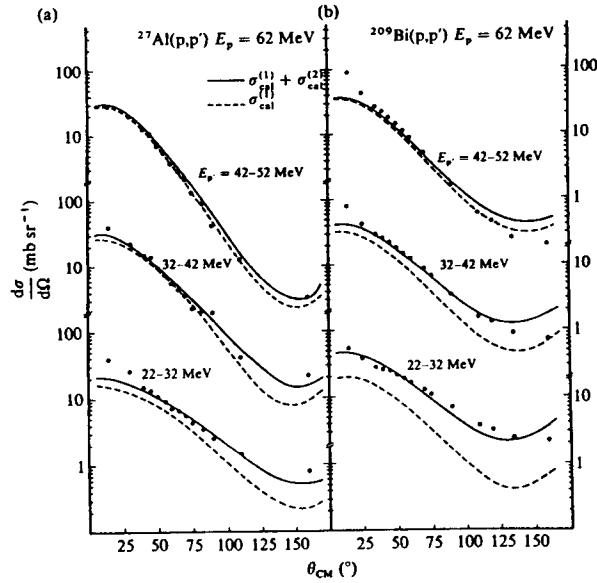


図16 ^{27}Al と ^{209}Bi に対する62MeV(p,p')散乱角度分布。実線は1ステップと2ステップTUL断面積の和。破線は1ステップのみ。(文献3、4)

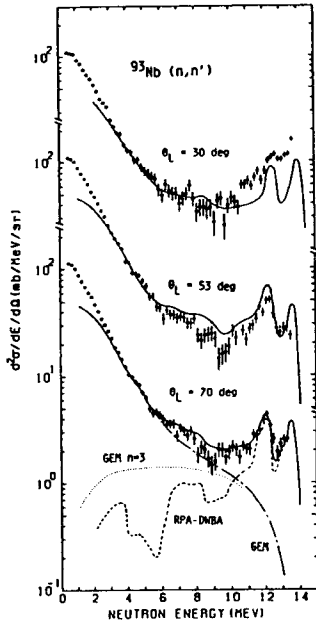


図17 ^{93}Nb による14MeV中性子非弾性散乱二重微分断面積の実験値と計算値との比較。破線は1ステップTUL断面積(RPA-DWBA)、一点鎖線は一般化励起子モデル(GEM)による多段階成分、実線は両者の和である。(文献33)

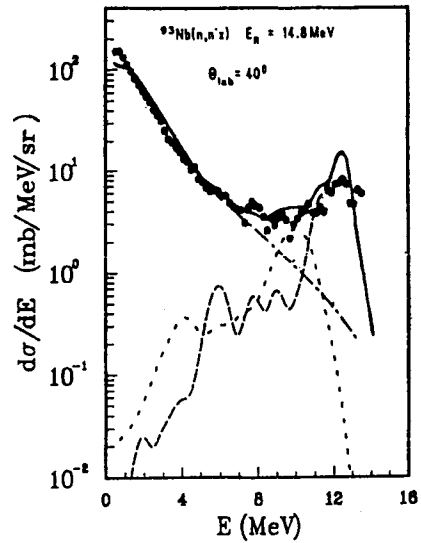


図18 ^{93}Nb の14.8MeV中性子反応から 40° 方向へ放出された中性子のエネルギースペクトル。長破線はTUL断面積の1ステップ成分、短破線は2ステップ成分、一点鎖線はMSC成分である。(文献34)

(p,p')や(p,α)反応の偏極分解能や重イオン入射反応データの解析³⁷⁾にも応用され、成功を収めている。

3-4 SMD/SMCモデル (Kalkaモデル)

ドレスデン工科大のKalkaのグループ^{6,7)}により、統計的多段階直接(SMD)反応と統計的多段階複合核(SMC)反応に対する解析的なモデルの開発が行われた。このモデルは、グリーン関数を用いた多体理論とハミルトニアンをランダム行列として取り扱うEGOE (Embedded Gaussian Orthogonal Ensemble) 統計をベースにしている。FKK理論同様、束縛配位(Q空間)と非束縛配位(P空間)とに分け、SMCとSMD成分をそれぞれ計算し、次式に示すような非干渉和として断面積を導出する。

$$(a,bx) = (SMD) + (SMC) + (MPE) \quad (3.15)$$

ここで(MPE)は多粒子放出成分を意味し、すべてQ連鎖の中での粒子放出(SMC)として計算される。

このモデルでは、解析的な表現を目指すために角分布の計算をFKK理論やTUL理論のように理論的に厳密に行わず、パラメータ化された系統式(Kalbach-Mann³⁸⁾やKumabe等³⁹⁾)を使用する。このため、モデルの定式化は角度積分したエネルギーベクトルとして与えられる。

SMD断面積は各ステージからの直接過程の断面積の和として与えられる。このうち、1段階過程と2段階過程断面積は次式で定義される。

$$\frac{d\sigma_{a,b}^{(1)}(E_a)}{dE_b} = \frac{(2\pi)^4}{k_a^2} W_{ab}(E_a, E_b) \quad (3.16)$$

$$\frac{d\sigma_{a,b}^{(2)}(E_a)}{dE_b} = \frac{(2\pi)^4}{k_a^2} \sum_c \int_{E_b}^{E_a} dE_1 W_{ac}(E_a, E_1) 2\pi^2 W_{cb}(E_1, E_b) \quad (3.17)$$

遷移確率Wは粒子-空孔励起 $W^{[ex]}$ 以外に集団的励起 $W^{[vb]}$ も含む点がFKK理論と異なる。 $W^{[ex]}$ は非束縛配位間の遷移行列要素 $\overline{I_{UU}^2}$ と1p-1h束縛終状態密度 $\rho_2^B(U)$ の積で与えられる。

$$W_{ab}^{[ex]}(E_a, E_b) = \overline{I_{UU}^2}(E_a, E_b) \rho_2^B(U) \quad (3.18)$$

$\overline{I_{UU}^2}$ は、束縛配位間の遷移行列要素 $\overline{I_{BB}^2}$ を用いて計算できる量である。 $\overline{I_{BB}^2}$ は、強さ $F_0=27.5$ MeVの表面-デルタ型2体相互作用を仮定して次式のように解析的に計算できる。

$$\overline{I_{BB}^2} = 2^{-5} (F_0/A)^2 (k_F R)^{-2} \quad (3.19)$$

ここで、Aは質量数、 $\hbar k_F$ およびRはフェルミ運動量と核半径である。

$W^{[vb]}$ の方は、フォノン励起のみを扱い、変形パラメータ β_λ と励起エネルギー ω_λ を入力データとして、次式によって定義される。

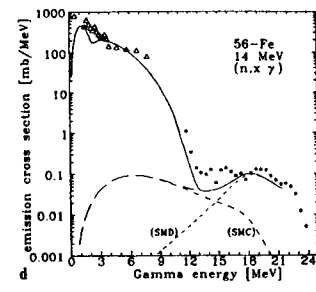
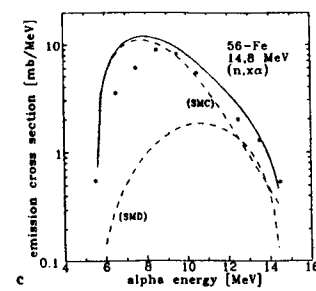
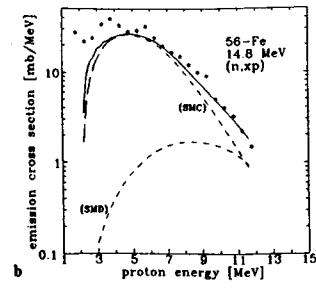
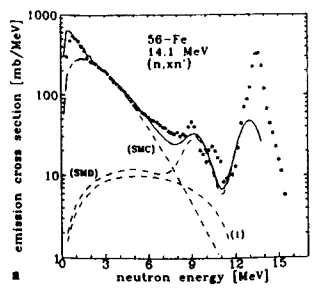


図 19 ^{56}Fe の 14 MeV 中性子反応から放出された中性子、陽子、 α 粒子、 γ 線のエネルギースペクトルの実験値と SMD/SMC モデルによる計算結果との比較。(文献 7)

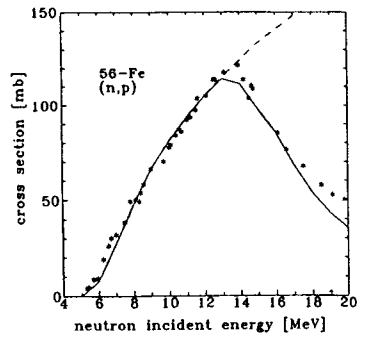


図 20 $^{56}\text{Fe}(n,p)$ 放射化反応断面積の実験値と SMD/SMC モデル計算結果との比較。破線は (n,px) 反応断面積を示す。(文献 7)

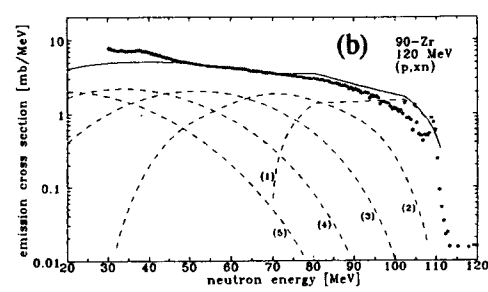
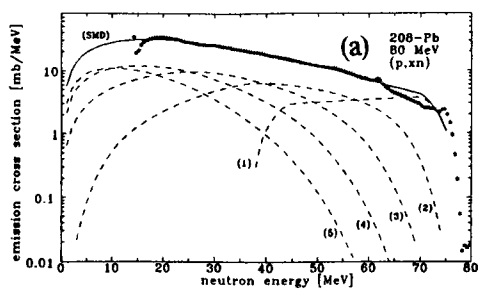


図 21 (p, xn) エネルギースペクトルの実験値と SMD モデル計算結果との比較。括弧内の数字は反応ステップ数を表す。(a) 80 MeV における $^{208}\text{Pb}(p, xn)$ 反応 (b) 120 MeV における $^{90}\text{Zr}(p, xn)$ 反応。(文献 7)

$$W_{ab}^{[vib]1}(E_a, E_b) = \delta_{ab} \sum_{\lambda} \overline{| \langle E_b | V_{\lambda}(r) | E_a \rangle |^2} \delta(U - \omega_{\lambda}) \quad (3.20)$$

$$V_{\lambda}(r) = -\beta_{\lambda} V_0 R \delta(r-R) Y_{\lambda 0}(\hat{r}) \quad (3.21)$$

一方、SMC断面積は時間積分されたマスター方程式の解 $\tau_N(E)$ を用いて次式で定義される。

$$\frac{d\sigma_{a,b}^{SMC}(E_a)}{dE_b} = \sigma_a^{SMC}(E_a) \sum_{N=N_0}^N \frac{\tau_N(E)}{\hbar} \sum_{(\Delta N)} \Gamma_{N,b}^{(\Delta N)}(E, E_b) \uparrow \quad (3.22)$$

$\Gamma_{N,b}^{(\Delta N)}(E, E_b) \uparrow$ は粒子放出幅である。同様な式はAWYのランダム行列モデル¹⁰⁾の中でも導出された。また、励起子モデルによる前平衡断面積の式とも似ている。しかし、粒子放出幅が個別つりあいの原理から導出されず、FKK理論と同様に束縛配位から非束縛配位への遷移行列要素を用いて計算される点が異なる。(3.22)式中のSMC形成断面積はSMC成分の規格化の役割をもっており、2通りの方法で決定される。1つはSMDとSMC断面積の合計が光学モデルで計算される反応断面積に等しいとする確率の保存から決定するオプション。もう1つは2p-1hの束縛状態への遷移をSMD計算と共通の残留相互作用から計算するオプションである。

計算コードEXIFONがこのモデルに基づいて開発された。このコードは入射粒子として中性子、陽子、 α 粒子を取り扱え、中性子、陽子、 α 粒子、および γ 光子放出反応の断面積を1組のパラメータ(相互作用の強さ F_0 、核半径パラメータ r_0 、フェルミエネルギー E_f)を用いて計算できる。また、陽子入射反応の場合のSMC断面積の計算の際にはアイソスピン保存則が考慮される。Kalkaが行った計算結果と実験値との比較例⁷⁾を図19~21に示す。図19の(n,xn)スペクトルの高エネルギー部にみられる2つのピークは2⁺、3⁻の集団的励起成分である。すべての放出粒子スペクトルとも実験データをよく再現できている。図20は放射化断面積の励起関数である。図21は入射エネルギー80MeVと120MeVの(p,xn)反応の場合である。このエネルギー領域でも実験値とのよい一致が得られている。しかし、入射エネルギーが80MeV以上では $F_0 = 27.5$ MeVの表面-デルタ型の相互作用はSMD過程を過大評価するため、 F_0 を小さくする(この場合は24MeV)必要があることが指摘された。

このモデルはMSDとMSCという量子力学的理論の基本的コンセプトをもっているが最終的には解析的な式で表現されるため、他の理論計算にくらべ計算時間を多く必要としないという応用上の利点があり、核データ評価の見地からは、より実用的なモデルとなっている。

参考文献

- 1) E. Gadioli and P.E. Hodgson, "Pre-Equilibrium Nuclear Reactions", Oxford, 1992
- 2) H. Feshbach, A. Kerman, and S. Koonin, Ann. Phys. (N.Y.)125, 429 (1980)

- 3) T. Tamura, T. Udagawa, D.H. Feng, and K.K. Kan, *Phys. Lett.* **66B**, 109 (1977)
- 4) T. Tamura, T. Udagawa, and H. Lenske, *Phys. Rev.* **C26**, 379 (1982)
- 5) N. Nishioka, J.J. M. Verbaarschot, H.A. Weidenmüller, and S. Yoshida, *Ann. Phys. (N.Y.)*, **172**, 67 (1986); N. Nishioka, H.A. Weidenmüller, and S. Yoshida, *Ann. Phys. (N.Y.)*, **183**, 166 (1988); **193**, 195 (1989)
- 6) H. Kalka, M. Torjman, and D. Seeliger, *Phys. Rev. C* **40**, 1619 (1989)
- 7) H. Kalka, *Z. Phys.* **A341**, 289 (1992)
- 8) A.J. Koning and J. M. Akkermans, *Ann. Phys. (N.Y.)*, **208**, 216 (1991)
- 9) R. Bonetti, M.B. Chadwick, P.E. Hodgson, B.V. Carlson, and M.S. Hussein, *Phys. Rep.* **202**, No.4, 171 (1991)
- 10) M. Kawai, Personal communication to H. Feshbach (1980)
- 11) T. Udagawa, K.S. Low, and T. Tamura, *Phys. Rev. C* **28**, 1033 (1983)
- 12) R. Bonetti, M. Camnasio, L. Colli-Milazzo and P.E. Hodgson, *Phys. Rev. C* **24**, 71 (1981)
- 13) R. Bonetti, L. Colli-Milazzo, I. Doda, and P.E. Hodgson, *Phys. Rev. C* **26**, 2417 (1982)
- 14) H. Feshbach, *Ann. Phys. (N.Y.)* **159**, 150 (1985)
- 15) H. Feshbach, *Proc. Winter College on Fundamental Nuclear Physics*, p.1605, (eds. K. Dietrich, M. diToro, and H. J. Mang), International Centre for Theoretical Physics, Trieste
- 16) この問題に関する最近の研究会報告として、
Proc. the Workshop on Multi-step Direct Reactions, 30 Sep. -2 Oct. 1991, Faure (Capetown), South-Africa, (World Scientific), (to appear in 1992)
- 17) R. Bonetti, L. Colli-Milazzo, A. DeRosa, G. Inglima, E. Perillo, M. Sandoli and F. Shahin, *Phys. Rev. C* **21**, 816 (1980); R. Bonetti, L. Colli-Milazzo, and A. Garegnani, *Lett. Nuovo Cim* **29**, 496 (1980)
- 18) G. Field, R. Bonetti, and P.E. Hodgson, *J. Phys.* **G12**, 93 (1986)
- 19) G. Field, D. Phil. Thesis, University of Oxford; M. Herman, A. Marcinkowski, and K. Stankiewicz, *Nucl. Phys.* **A430**, 69 (1984)
- 20) E. Gadioli and P.E. Hodgson, "Pre-Equilibrium Nuclear Reactions", Oxford, 1992, p.347-349
- 21) A. Marcinkowski, J. Rapaport, R.W. Finley, X. Aslanoglou, and D. Kielan, *Nucl. Phys.* **A430**, 75, (1991)
- 22) P. Obložinský and M.B. Chadwick, *Phys. Rev. C* **42**, 1652 (1990)
- 23) Y. Holler, A. Kaminsky, R. Langkau, W. Scobel, M. Trabant, and R. Bonetti, *Nucl. Phys.* **A442**, 79 (1985)
- 24) A.A. Cowley, A. van Kent, J.J. Lawrie, S.V. Fortsch, D.M. Whittal, J. V. Pilcher, and F.D. Smit, W.A. Richter, R. Lindsay, I.J. van Heerden, R. Bonetti, and P.E. Hodgson, *Phys. Rev. C* **43**, 678 (1991); S.V. Fortsch, A.A. Cowley, J.J. Lawrie, D.M. Whittal, J.V. Pilcher, and F.D. Smit, *Phys. Rev. C* **43**, 691 (1991)

- 25) M. Trabant, W. Scobel, M. Blann, B.A. Pohl, R.C. Byrd, C.C. Foster, and R. Bonetti, *Phys. Rev. C* **39**, 452 (1989); W. Scobel, M. Trabant, M. Blann, B.A. Pohl, B.R. Remington, R.C. Byrd, C.C. Foster, R. Bonetti, C. Chiesa, and S.M. Grimes, *Phys. Rev. C* **41**, 2010 (1990)
- 26) P.E. Hodgson, *Proceedings of the XXth Int. Symp. on Nuclear Physics, Nuclear Reaction Mechanism, Germany*, Ed. D. Seeliger and H. Kalka (World Scientific, 1991) p.103
- 27) B. Olaniyi, P. Kanjanarat and P.E. Hodgson (On preparation), 1992
- 28) たとえば、田村太郎、日本物理学会誌第 33 巻第 12 号、p.966 (1978)
- 29) G.F. Bertsch and S.F. Tsai, *Phys. Rep.* **18**, 125 (1975); S.F. Tsai and G.F. Bertsch, *Phys. Lett.* **73B**, 247 (1978)
- 30) T. Tamura and T. Udagawa, *Phys. Lett.* **78B**, 189 (1978)
- 31) T. Tamura, T. Udagawa, and M. Benhamon, *Comp. Phys. Comm.* **29**, 391 (1983)
- 32) I. Kumabe, M. Matoba, and K. Fukuda, *Phys. Lett.* **92B**, 15 (1980); I. Kumabe, M. Matoba, and K. Fukuda, *Proc. 1980 RCNP Int. Symp. in Highly Excited States in Nuclear Reactions, 12-16 May (1980)* p.51
- 33) Y. Watanabe, M. Hyakutake and I. Kumabe, *Tech. Rep. Kyushu Univ.* **59**, 469 (1986)
- 34) H. Lenske and H.H. Wolter, *Proceedings of the XXth Int. Symp. on Nuclear Physics, Nuclear Reaction Mechanism, Germany*, Ed. D. Seeliger and H. Kalka (World Scientific, 1991) p.87
- 35) T. Tamura and T. Udagawa, *Phys. Lett.* **71B**, 273 (1977)
- 36) O. Dracun, A.A. Ferrero, and A. Pacheco, *Nucl. Phys.* **A369**, 149 (1981)
- 37) H. Lenske, S.Landowne, H.H. Wolter, T. Tamura, and T. Udagawa, *Phys. Lett.* **122B**, 333 (1983)
- 38) C. Kalbach and F.M. Mann, *Phys. Rev. C* **23**, 112 (1981)
- 39) I. Kumabe, Y. Watanabe, Y. Nohtomi, and M. Hanada, *Nucl. Scie. and Eng.* **104**, 280 (1990)
- 40) D. Agassi, H. Weidenmüller, and G. Mantzouranis, *Phys. Rep.* **22**, 145 (1975)