

テクニカル・コメント(その I)

システムティクスによる  $\beta$  崩壊強度関数の推定

早大理工研 橋 孝博

住友重機械工業(株) 浅野 則雄

早大理工研 山田 勝美

原子核の  $\beta$  崩壊強度関数の研究方法としては、これまで microscopic 的な手法を用いたものや大局的な理論が中心でシステムティクスを用いる研究はあまりなかった。これはシステムティクスを調べるための、高励起状態まで含む  $\beta$  崩壊実験データがまだ充分揃っていなかったという事情もあるが、他の研究方法の成果の影でシステムティクスという方法があまり重視されなかったという事情もある。しかし、たとえば原子核質量の研究などを見ると、純理論的なアプローチだけでなく半経験的方法やシステムティクスの手法を用いることでその研究内容が深まってきたという歴史があり、 $\beta$  崩壊の研究でもシステムティクスの手法がもっと開発されても良いと考えられる。この小論では  $\beta$  崩壊の研究で一定の成果を上げている“大局的理論”で考察された強度関数のシステムティクスを用いて、実験で見落とされている強度を推定する方法を簡単に紹介する。

一般に娘核の高励起状態へ  $\beta$  崩壊した場合、その分岐比が小さいために実験では高励起状態からの  $\gamma$  線を見逃しやすい。Nuclear Data Sheets またはその元となっている Evaluated Nuclear Structure Data File<sup>1)</sup>(ENSDF)を見ても、 $Q_\beta$  値が大きい核種では高励起状態が欠落したまま、基底状態と低励起状態だけで  $\beta$  崩壊分岐比の和が 100% となっているものがずいぶんある。そこで、この実験データの欠落部分を強度関数のシステムティクスから少しでも補おうというわけである。

ここで  $\beta$  崩壊強度関数  $S(E)$  の定義を簡単にしておくと、 $S(E)$  は単位エネルギーあたりの  $ft$  値の逆数を崩壊エネルギーの関数として示したものである。 $ft$  値は各レベルごとにあり、エネルギーの関数としてはいわば  $\delta$  関数的に存在するが、それを平均的にならした値を用いる。

遷移エネルギーを  $E$  とし、陽子数が  $Z$ 、中性子数が  $N$  の原子核の  $\beta^-$  崩壊強度関数を  $S^-(E; Z, N)$  で示すと、 $\beta$  崩壊の大局的理論により次のような不等関係が考えられている。<sup>2)</sup>

○  $Z$ : 偶数,  $N$ : 偶数

$$S^-(E; Z, N) \geq S^-(E; Z, N-2) \quad (1)$$

$$S^-(E; Z, N) \geq S^-(E; Z+2, N) \quad (2)$$

○ Z : 偶数, N : 奇数

$$S^-(E; Z, N) \geq S^-(E; Z, N-1) \quad (3)$$

$$S^-(E; Z, N) \geq S^-(E; Z+2, N) \quad (4)$$

○ Z : 奇数, N : 偶数

$$S^-(E; Z, N) \geq S^-(E; Z, N-2) \quad (5)$$

$$S^-(E; Z, N) \geq S^-(E; Z+1, N) \quad (6)$$

○ Z : 奇数, N 奇数

$$S^-(E; Z, N) \geq S^-(E; Z, N-1) \quad (7)$$

$$S^-(E; Z, N) \geq S^-(E; Z+1, N) \quad (8)$$

これらの式の意味を、(1)式を例にとり簡単に説明すると、(Z, N)核の方が(Z, N-2)核よりβ崩壊できる中性子が多いために同じ遷移エネルギーを持つ強度が大きいうことを示している。これらの不等関係は式の両辺の核種のスピンのパリティが等しい場合にその成立の確実性が高いが、(3), (6), (7), (8)式ではスピンのパリティが必ず異なるので、それだけ確実性が下がる。β<sup>+</sup>崩壊についての不等関係はNとZを入れかえればよいが、ここではβ<sup>-</sup>崩壊だけを扱うことにする。

実際の実験データから求まる強度を用いて上の不等関係をみるとときには次のような注意がある。まず、娘核の各レベルにδ関数的に存在する強度関数を、各レベルごとに適当なエネルギー幅で分布させることが必要である。今回の計算では、次式のようにガウス分布で広げたものを用いた。

$$S(E) = \sum_i \frac{1}{(ft)_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{E-E_i}{\sigma} \right)^2 \right\} \quad (9)$$

ここでE<sub>i</sub>はi番目のレベルへの遷移エネルギーで、(ft)<sub>i</sub>はそのft値である。σは0.5 MeVとした。次に、不等式の左辺と右辺で遷移エネルギーを揃えておくために、右辺の核種の遷移エネルギーは文献3で用いられた次式により左辺の核種での遷移エネルギーに変換しておく。

$$E_1 = (E_2 + \Delta C_2 - \Delta U_2) (A_2/A_1)^{2/3} - (\Delta C_1 - \Delta U_1) \quad (10)$$

ここで、添字“1”，“2”は不等式(1)~(8)のそれぞれ左辺と右辺の核種に対する量であることを示す。ΔCはCoulomb displacement energyで、Jäneckeの近似式を用いて、

$$\Delta C = \frac{1}{A^{1/3}} (1.389 Z_c - 2.041) - 0.7825 \quad \text{MeV} \quad (11)$$

となる。Z<sub>c</sub>はβ<sup>-</sup>崩壊の娘核の陽子数である。またΔUは中性子と陽子の平均核力ポテンシャルの差で、

$$\Delta U = k(N-Z)/A \quad (12)$$

となる。k は平均では 33 MeV ぐらいが良さそうだが、今回の計算では  $k = 0$  MeV とした。A は核種の質量数である。

さて、ENSDF を見ると  $\beta^-$  崩壊のデータとして  $^3\text{H}$  から  $^{256}\text{Es}$  までの 724 核種があるが、そのうち実際にデータから強度関数が求まり (1)~(8) 式の不等関係を調べることができる核種の組は 136 組あった。ただし、今回は奇奇核は除いた。この 136 組のうち不等関係を満たしている核種の組が 70、満たさない組が 66 ある。(1)~(8) 式を見ると  $\beta$  安定曲線から遠い方の核種の  $S^-(E)$  が、近い方の核種の  $S^-(E)$  より大きいことを示しているのがわかるが、普通は  $\beta$  安定曲線から離れるにしたがって実験データの不備が目立ってくる。これら 66 組でも不等関係にあるべき核種の組のうち  $\beta$  安定曲線から遠い方の核種、つまり不等式の左辺の核種の高励起状態の強度が実験データから欠落しているために不等式を満たしていないと思われるものがほとんどであった。

次に、(1)~(8) 式の不等関係が核種間に存在するという立場に立って、実験データから欠落していると思われる強度関数を推定する方法を紹介する。(1)~(8) の不等式を満たさない核種の組で、 $\beta$  安定曲線から遠い方の核種の強度関数 (左辺) を  $S_1(E)$ 、近い方 (右辺) を  $S_2(E)$  と示すことにすると、前述したように一般的に実験データとして  $S_2(E)$  より  $S_1(E)$  の方が不備であることが多い。そこで、より正しいと思われる  $S_1^{\text{new}}(E)$  を、

$$S_1^{\text{new}}(E) = C_1 S_1(E) + C_2 S_2(E) \quad (13)$$

の形に仮定し  $S_1(E)$  を修正する。ここで  $C_1$ 、 $C_2$  は定数である。修正された強度関数  $S_1^{\text{new}}(E)$  は (1)~(8) 式のうち対応する不等式を満たさなければいけないので、

$$S_1^{\text{new}}(E) \geq S_2(E) \quad (14)$$

となる。また、 $S_1^{\text{new}}(E)$  に積分された Fermi 関数  $f$  をかけたものの遷移エネルギーに関する積分は実験データの半減期の逆数になっていなければならないので、

$$\frac{1}{T_{1/2}} = \int_{-Q_\beta}^0 S_1^{\text{new}}(E) f(E) dE \quad (15)$$

を満たしていなければならない。これら (14)、(15) 式から定数  $C_1$ 、 $C_2$  が決まるが、実験データ  $S_1(E)$  をなるべく尊重して、この修正は最小限に止めたい。つまり  $C_1$  をできるだけ大きくしたい。そのためには (14) 式の等号が成立するところと (15) 式を用いて  $C_1$ 、 $C_2$  を決めればよい。このようにして

得られた  $S_1^{new}(E)$  は求めたい強度関数の下限を与えることになる。

我々は先ほど述べた66の核種にこの方法を用いて強度関数を修正したが、例として  $^{97}\text{Y}$  と  $^{143}\text{Cs}$  の結果を示す。まず  $^{97}\text{Y}$  の例を Fig. 1 に示すが、図の縦軸には強度関数の常用対数、横軸には娘核の励起エネルギーがとってある。図中の  $S_n$  と  $Q_\beta$  は、それぞれ中性子分離エネルギーと  $\beta^-$  崩壊の Q 値である。ENSDF に収納されている  $\beta^-$  崩壊実験データから求めた  $^{97}\text{Y}$  と  $^{95}\text{Y}$  の強度関数をそれぞれ点線と破線で示した。強度は(9)式のようにガウス分布で広げられている。また、 $^{95}\text{Y}$  の遷移エネルギーは(10)式を用いて  $^{97}\text{Y}$  の遷移エネルギーに対応するように変換されている。 $^{97}\text{Y}$  と  $^{95}\text{Y}$  の基底状態スピン・パリティはどちらも  $1/2^-$  なので、(1)式の不等関係が成立する確実性が高いのに、Fig. 1 を見てわかるように高励起状態で不等式を満たしていない。 $^{97}\text{Y}$  は遅発中性子放出核であるから、このデータでは明らかに  $S_n$  以上の高励起状態への遷移強度が見落とされている。それに対して  $^{95}\text{Y}$  のデータは高い励起状態まで測定されており一応信頼に足るものと思われる。つまり  $^{97}\text{Y}$  のデータの方が不備で(1)式を満たしていないということになる。そこで  $^{95}\text{Y}$  のデータを用いて、(13)式により  $^{97}\text{Y}$  の強度関数を修正した。結果は図中において実線で描かれている。修正された強度関数は(14)式の等号が成立するところ、つまり(1)式の不等関係を最小限満たすという条件を用いているので、不等関係を満たさない部分を  $^{95}\text{Y}$  のデータで置き換えたような形になっている。このようにして、実験で欠落していた高いエネルギー領域における遷移強度を、ある程度まで推定できたわけである。同様のことが  $^{143}\text{Cs}$  にもあてはまり、 $^{141}\text{Cs}$  のデータを用いて強度関数を推定したものが Fig. 2 に示してある。ただし、基底状態スピン・パリティは  $^{143}\text{Cs}$  が  $5/2^+$  か  $7/2^+$  で  $^{141}\text{Cs}$  が  $7/2^+$  となっている。さらに、修正された強度関数を用いて遅発中性子放出確率を計算すると、 $^{97}\text{Y}$  で 0.042%、 $^{143}\text{Cs}$  で 1.5% となり実験値の  $0.06 \pm 0.01\%$  と  $1.74 \pm 0.12\%$  に近い値を得ることができた。修正をしていない強度関数ではどちらも  $\approx 0\%$  であることを考えれば、これは一応の成果を見たということができる。

以上の二例は遅発中性子放出確率まで含めてうまくいった例であるが、先述した66核種の強度関数を修正した結果を概観しても、このシステムティクスを用いた推定方法は実験で欠落した高励起状態の強度を推定する時の簡単で有効な手段になり得ると考えられる。最後に(1)~(8)式のシステムティクスの問題点を一つあげておくと、変形核の近くや magic number の近くの核種に対しては、核構造が大きく変化するので(1)~(8)の不等式が成立するとは必ずしもいえなくなり、この方法は有効ではなくなる。実際に  $^{49}\text{Ca}$  と  $^{51}\text{Ti}$  の組、 $^{97}\text{Zr}$  と  $^{99}\text{Mo}$  の組ではこのシステムティクスの根拠とした不等関係(4)式が成立していなかった。

最後に ENSDF のデータを準備していただいた原研の片倉純一氏、故松本純一郎氏に感謝致します。

参考文献

- 1) J.K.Tuli : Evaluated Nuclear Structure Data File, A Manual for Preparation of Data Sets - BNL-NCS-51655, UC-34 C (Physics-Nuclear-TIC-4500)  
今回用いた ENSDF は 1986 年 1 月まで update されている。
- 2) T.Kondoh and M.Yamada : Prog. Theor. Phys. Suppl. No.60 (1976) 136
- 3) T.Tachibana and M.Yamada : Nucl. Phys. A395 (1983) 235

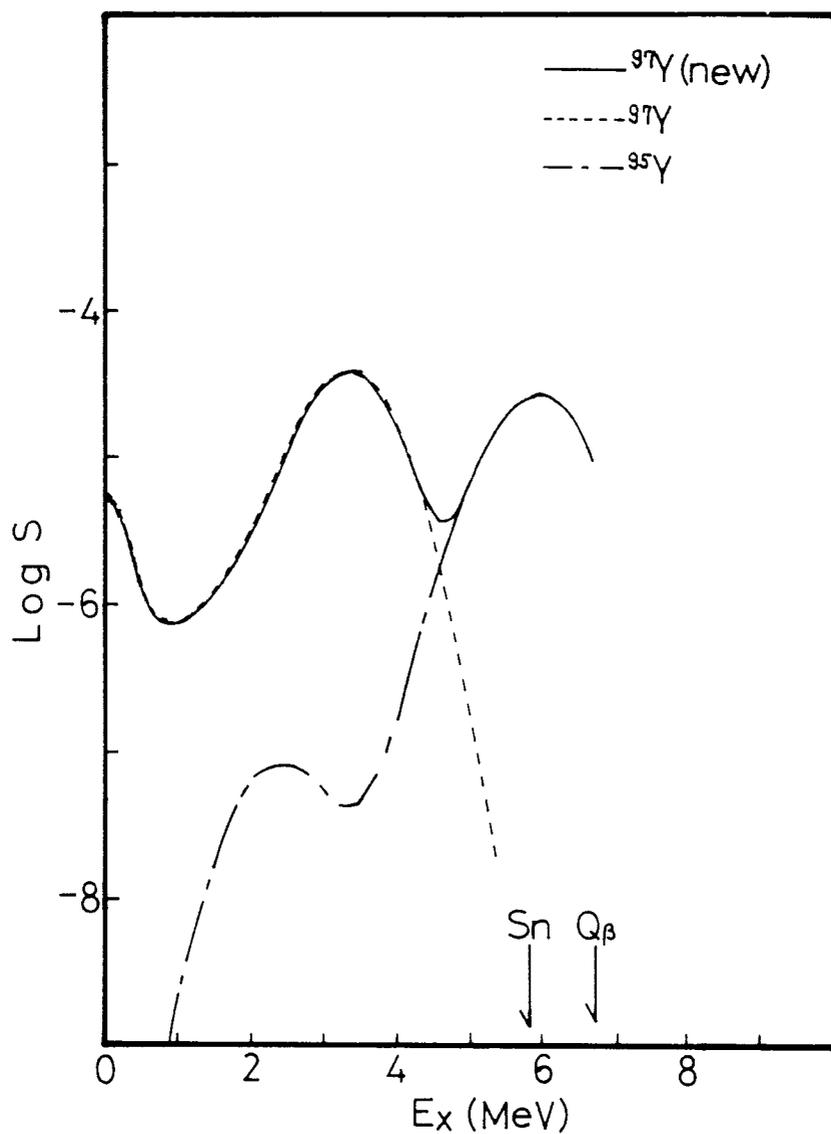


Fig. 1

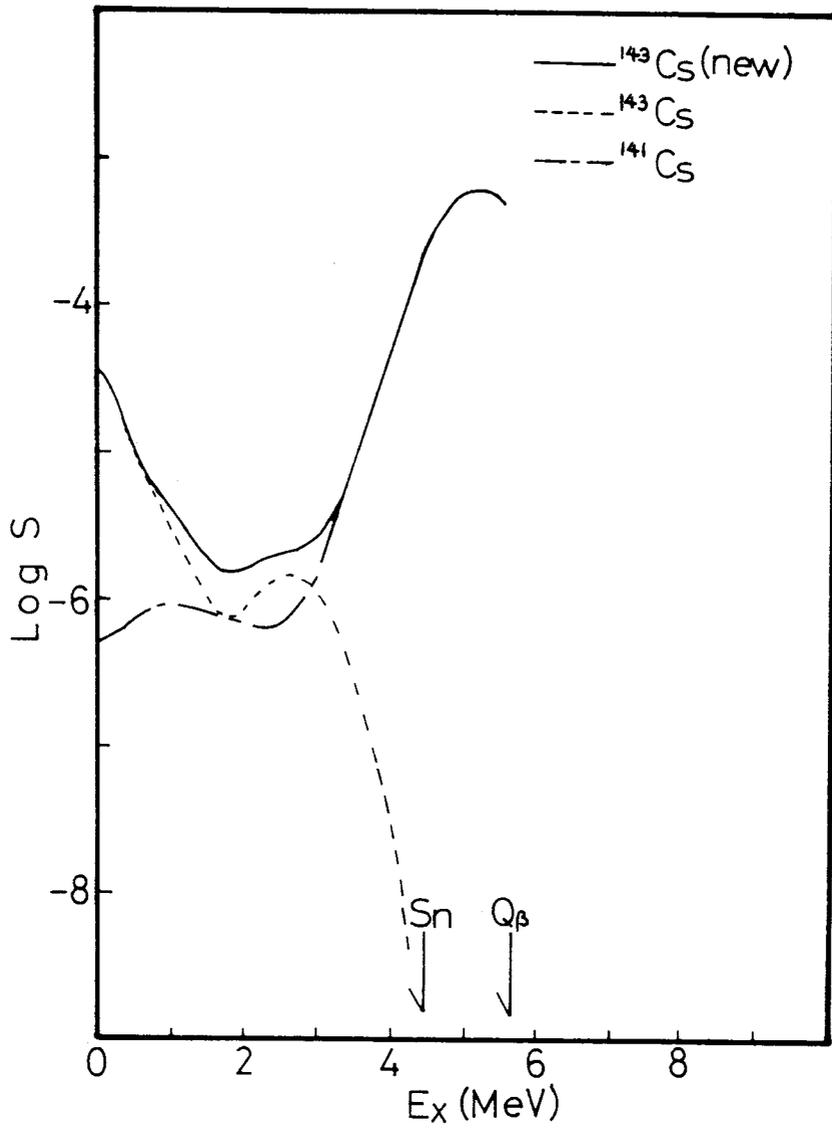


Fig. 2