

企画セッション（核データ部会主催・「シグマ」調査専門委員会共催）

「ミューオン核データの進展」

(3) ミューオン捕獲反応の理論計算から見えた核データの 新たな可能性

九州大学

理学研究院理論核物理研究グループ

湊 太志

minato.futoshi.009@m.kyushu-u.ac.jp

1. はじめに

2014 年末に始まった ImPACT 藤田プログラムで、「ミューオン捕獲による核変換」というテーマに触れたことが、私がミューオンに関心をもった最初のきっかけである。ここで登場したミューオン捕獲による核変換というのは、長寿命核分裂生成核種(LLFP)にミューオンを照射してミューオン捕獲反応 (β^+ 反応) を起こさせ、LLFP を減らそうというアイデアである。このアイデアを実用化するには、言うまでもなく経済的な課題が存在しているが、核反応プロセスの観点から見ると多くの長所を有している。その詳細はここでは割愛するが、ミューオン捕獲による核変換ということ自体は、世界的にみてもあまり研究が行われていないものであったため、私にとってたいへん魅力的なテーマに映った。とはいっても当時の私は JENDL/ImPACT-2018 の開発や米国留学、JENDL-5 の開発などが重なり、集中的にミューオン捕獲の研究に取り組む時間はなかった。ようやくこのテーマに手を出したのは、2018 年にベルギーからインターンシップとして JAEA に大学院生が滞在した時である。その学生にミューオン捕獲による RI 製造を実習課題として与えることで研究を開始した。学生がプログラミングを得意としていたこともあり、短期間のうちに論文まで書きあげることができた[1]。当時は、ミューオン捕獲率については期待通りの成果を得ることができた。しかし、ミューオン捕獲後の残留核分布と放出粒子のエネルギー分布については実験データとの乖離が存在していた。この点について論文では「前平衡過程が考慮されていないためである」と結論付けて保留にしておいたのだが、この論文に続く成果は生まれなかった。

最初のミューオン捕獲の論文を投稿して数年後、九州大学の渡辺幸信先生と JAEA の安部晋一郎研究員と二次宇宙線のミューオンによる半導体のソフトエラー問題について

議論をさせていただいた。それをきっかけに、改めてミュオン捕獲反応の研究に注力し始めた。その当時は JENDL-5 開発が終盤にさしかかったところであり、グループ総出で集中的に核データ評価の追い込み作業が進められていたのだが、その時は何か楽しいものを感じて JENDL-5 よりミュオンの研究を優先する 때가 あった。様々な試行錯誤の結果、自分でも納得のいく結果で 2 本目の論文[2]を書くことができた。このように JENDL-5 開発の陰で、核データ研究の本流ではないミュオン捕獲反応をこっそりと研究していたのだが、将来的に核データの新しいテーマとして発展していきそうなおもしろい『種』をその過程で見つけたような気がしている。それが今回の招待講演のタイトルの所以である。本稿では、私が最初に出した 2 つの論文[1,2]を紹介しながら、最近始めた反跳原子核と理論モデルの改良について紹介する。最後に、ミュオン捕獲研究から見えてきた核データ研究開発の新たな可能性について述べたいと思う。

2. 理論計算によるアプローチ

最初にミュオンによるソフトエラーの発生起因について概略を説明したい。詳細については九州大学で学位を取られた真鍋氏の学位論文[3]を参照されたい。なお、本稿で出てくるミュオンは全て負ミュオンである。

ミュオンが半導体のソフトエラー問題の原因となっているのは、二次宇宙線であるミュオンが大気から半導体内へと侵入し、半導体の原子核（主にシリコン）に捕獲され高いエネルギーを持った原子核を作ることに起因する（図 1）。励起した原子核（主にアルミニウム）は、当然のことながらより低いエネルギーへと脱励起を起し、その過程で中性子や荷電粒子、光子を放出する。これらの粒子が物質中で電離作用を起こし、メモリ情報を変えるほどの電圧の変化を素子内に引き起こしたとき、ソフトエラーが発生する。いまのところ、ソフトエラーの主要因は同じく二次宇宙線である中性子による荷電粒子の生成反応である。実際のところ中性子核反応に比べて、ミュオン捕獲に伴う電圧の変化は微弱であるのだが、半導体の集積度が増すにつれてミュオン捕獲に伴う電圧の変化が無視できなくなってくる可能性がある。この潜在的な問題を回避するために原子核分野に期待されていることは、ミュオンを捕獲した原子核が荷電粒子をどのくらい放出するかあらかじめ情報を準備しておくことである。

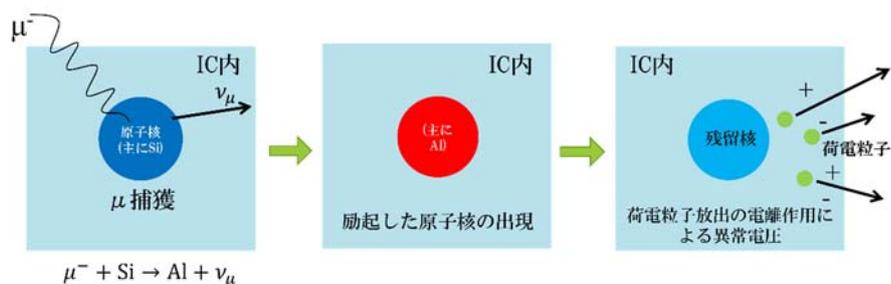


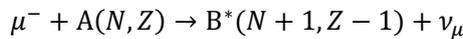
図 1 ミュオン捕獲後の荷電粒子放出とソフトエラーの発生メカニズム

ミューオンが原子核に捕獲される確率の研究はこれまで多く存在し、現象論的なアプローチでも微視的なアプローチでも幅広い原子核で試されている。理論計算と実験データは、通常の原子核物理研究では稀なほど一致している。その一方で、ミューオン捕獲が起こった後に放出される粒子のエネルギー分布についての論文数は極端に少なく、研究手法もきわめて現象論的なものに限られている。

ミューオンは質量エネルギーとしておよそ 105.6 MeV を持つため、原子核構造計算でも同程度のエネルギー状態への遷移確率を求める必要がある。そのような計算には莫大な計算資源が必要となり、実際に実行することは極めて難しい。また、ミューオン核データ開発を見据えると、いろいろな核種を系統的に計算していかなければならない。原子核の微視的な構造を考慮しながら、これらの要求を満たすことができる理論手法は、いまのところ乱雑位相近似法(Random Phase Approximation; RPA)のみであると思われる。最初のミューオン捕獲の論文[1]では、この RPA を用いてミューオン捕獲率を計算した。上述のように、ミューオン捕獲率は実験データとよい一致が得られている。我々はそこからさらに、RPA で得られた励起エネルギーとスピンパリティをインプットとして統計モデル計算を実施し、励起状態の原子核から放出される中性子のエネルギー分布を求めた。これと同じ枠組みの計算法は、遅発中性子を求めるときにも採用しており[4]、実験データの傾向を定性的に説明することができている。しかし、ミューオン捕獲反応については、中性子のエネルギー分布をうまく再現することはできなかった。この原因として、統計モデルでは説明できない速い過程の粒子放出(直接過程・準平衡過程)を考慮しなかったことが実験データとの不一致の原因であると我々は考えた。しかし、実際には別の問題も存在した。それが以下に述べる 2 粒子 2 空孔 (2p2h) 状態の影響である。

3. ミューオン捕獲後の粒子放出に対する 2 粒子 2 空孔状態の影響

理論モデルから得られるミューオン捕獲率が実験データとよく一致していても、その情報から得られる放出粒子のエネルギー分布もよい結果になるとは限らない。その原因は、ミューオン捕獲後の原子核における各エネルギー準位への遷移確率にある。ミューオン捕獲の反応式は



となり、終状態には高い励起エネルギーになった原子核 B^* だけではなく、ミューオンニュートリノが存在する。ミューオン捕獲率は理論的に

$$\omega_{\mu,fi} = \frac{\Omega v^2}{2\pi} \sum_{\substack{\text{lepton} \\ \text{spin}}} \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i M_f} | \langle f | H_w | i \rangle |^2 \dots (1)$$

で与えられる。ここで Ω は考えている系の体積、 v はミューオンニュートリノのエネルギー、 J_i は標的核の核スピン、 H_w は弱い相互作用を起因とする外場の 1 体オペレーター、

f および i は原子核の終状態と始状態であり、 M_f と M_i はそれぞれの核スピンの量子化軸への射影成分である。ミュオン捕獲率に感度が高いのは、ミュオンニュートリノが高いエネルギーを持ったところ、つまり原子核の励起エネルギーが低いところに集中する。これは式(1)から明らかなように、捕獲率がミュオンニュートリノのエネルギーの2乗に比例するためである。ミュオン捕獲後の原子核の平均励起エネルギーは15-20 MeV程度であると理論的に予測されている。しかし、原子核からの粒子放出も考えたいとき、ミュオン捕獲に感度のあるこの領域のエネルギーだけではなく、さらに高いエネルギーの情報も要求される。

結果から述べると、RPAは原子核の励起状態を過小評価してしまっている。RPAでは原子核の励起状態として1粒子1空孔(1p1h)状態までしか考慮していない。ミュオン捕獲率に感度のある十数 MeV 程度のエネルギーではこれで問題はないが、さらに高いエネルギーになってくると、2p2h 状態以上の効果を考慮しなくてはならない。これを説明するために、 ^{16}O の $J^\pi = 0^+$ 励起エネルギーに対する 1p1h と 2p2h 状態の状態数の変化を図2に示した。1p1h 状態は励起エネルギーに対して一定であるのに対し、2p2h 状態は指数関数的に増えていることが分かる。1p1h 状態から 2p2h 状態への遷移が可能となれば、1p1h 状態だけが許される場合よりも高エネルギー状態に原子核がなりやすくなり、結果的にミュオン捕獲による高エネルギーへの遷移確率も増大する。和則¹の観点から説明すると、低エネルギー側の遷移強度は、2p2h 状態への遷移を考慮することで下がるのだが、その減少分は高エネルギー側へシフトしている。シフトする量は数%であるが、その放出粒子のエネルギー分布への影響は大きい。

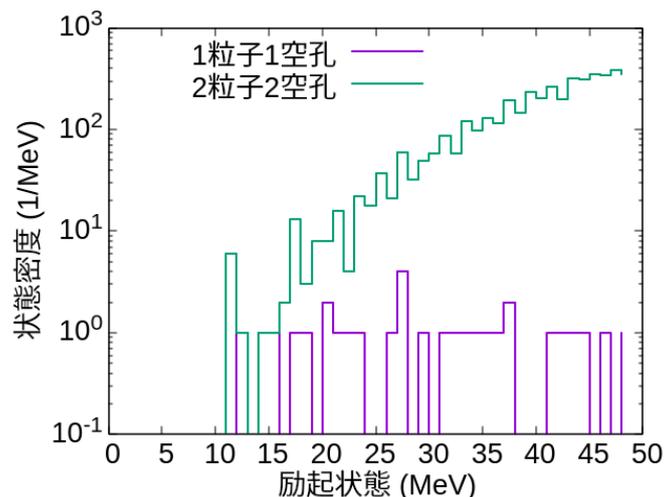


図2 ^{16}O の $J^\pi=0^+$ 励起エネルギーに対する 1p1h と 2p2h の状態数の変化

¹ エネルギー毎の遷移確率の総和が、モデルに依存することなく、常に一定になっているという法則。

この 2p2h 状態の影響を考慮する理論的アプローチとして RPA の拡張版である Second RPA (SRPA) という手法があるのだが、まずは計算が簡便な第 2 タムダンコフ近似 (STDA) [5]を用いてその影響を検証した。STDA で得られた励起エネルギー分布を 1p1h 状態になる確率と解釈し、前平衡過程を記述する二成分励起子モデルの初期状態を 1p1h として放出粒子のエネルギー分布を求めた。図 3 は、 ^{28}Si と ^{40}Ca のミュオン捕獲後に放出される粒子のエネルギー分布を示している。1p1h 状態しか考慮していない タムダンコフ近似 (TDA) は、あきらかに実験データを過小評価している。一方で 2p2h 状態まで考慮した STDA の結果は実験データに近いものとなっており、特に高い励起エネルギーにおいてその影響が著しいことが分かる。2p2h 状態を考慮したときのミュオン捕獲による高い励起エネルギー状態への遷移率の変化は数%であることは、前に述べた。この影響が放出粒子のスペクトルではっきりと見えるのは、高いエネルギーをもった粒子の収量も全体の数%であるためである。最も収量が大きい数 MeV の粒子は、10-20 MeV に励起した原子核からの複合核過程からの粒子放出によって生じているものである。一方で、陽子のエネルギー分布は、STDA においても依然として過小評価している。先行研究[6]によると、ミュオン捕獲後の原子核の陽子スペクトルを再現するためには、メソン交換流(MEC)の影響も考慮しなくてはならない。そこで論文[2]では、先行研究[6]の結果に沿うような現象論的 MEC を計算に導入した。その結果は図中の STDA+MEC で示されており、陽子のエネルギー分布が大きく改善しているのが見ることができる。本稿では ^{28}Si と ^{40}Ca の結果だけを紹介するが、これまでに Si, Ca, Co, Ni, Cu, Sn 同位体の計算も実施している。

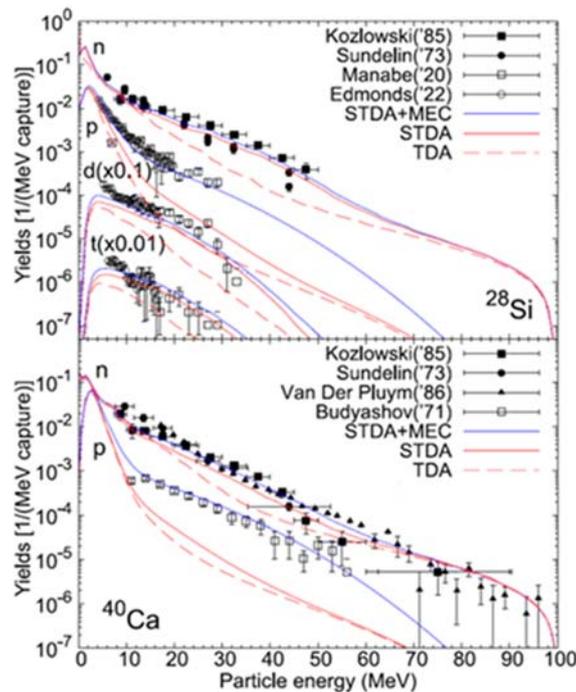


図 3 ^{28}Si (上) と ^{40}Ca (下) のミュオン捕獲後に放出される粒子のエネルギー分布

4. 反跳原子核による影響

図 4 はミューオンによる半導体ソフトエラーの起因となる荷電粒子の種類を示している[3]。もっとも影響が大きいのはアルファ粒子を含む He であり、次にミューオン(μ^-)、水素(H)と続く。その一方で、Al や Mg など相対的に重い原子核の影響も無視できない寄与を及ぼしていることが分かる。これらの原子核はミューオン捕獲および粒子を放出したことによって反跳を受けた残留原子核である。ミューオン核データの完備性を高めるためには、当然のことながらこれら反跳原子核の運動エネルギーも予測できなければならない。

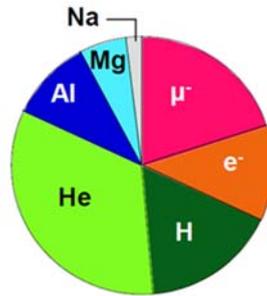


図 4 ミューオンによる半導体ソフトエラーの起因となる荷電粒子の種類を示した円グラフ (図は[3]より引用)

いま図 5 に示されるような系を考慮して、反跳原子核の運動エネルギーを推定する。ここでの議論は文献[7]と同じであり、ミューオン捕獲直後の原子核の質量を M 、運動エネルギーを E_0 、その速度を V_0 とする。ちなみに、理論計算によると $\langle E_0 \rangle \sim 100$ keV である。この慣性系 (重心系) から見て、ある時刻に原子核から質量 m_x をもった粒子 x が速度ベクトル \tilde{v}_x をもって放出されたとする (ここでチルドがある場合は重心系からみた場合の速度であり、無いものは実験室系からみた速度である)。重心系における運動量保存則から

$$\mathbf{0} = M_1 \tilde{V}_1 + m_x \tilde{v}_x \dots (2)$$

が導かれる。ここで $M_1 = M - m_x$ 、 \tilde{V}_1 は粒子放出後の原子核の質量と速度ベクトルである。放出粒子の運動エネルギー $\tilde{\epsilon}_x$ は、統計模型から計算されるものを利用するのだが、それが粒子を放出した原子核の慣性系から見たものになっていることに注意すると

$$\tilde{\epsilon}_x = \frac{1}{2} \mu_1 (\tilde{v}_x + \tilde{V}_1)^2 \dots (3)$$

と書ける。ここで $\mu_1 = \frac{M_1 m_x}{M_1 + m_x}$ は換算質量である。

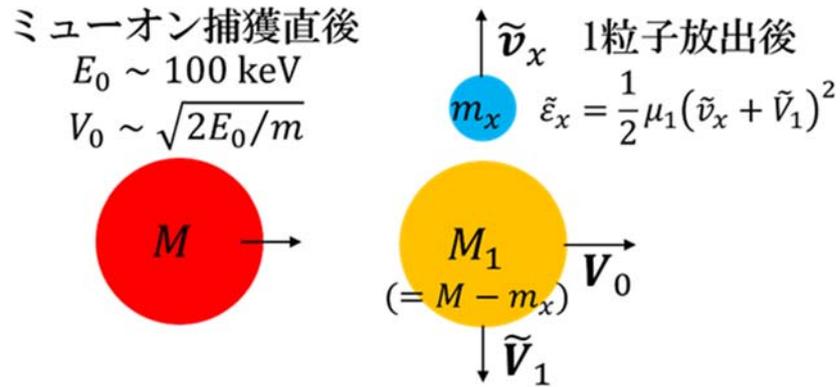


図5 ミューオン捕獲直後の原子核が1粒子放出した後にもつ反跳エネルギー

式(2)と(3)から反跳原子核の重心系における速度は

$$\tilde{V}_1 = \sqrt{\frac{2m_x \tilde{\epsilon}_x}{M_1 M}} \dots (4)$$

と与えられる。実験室系での速度に書き直し、 $|\tilde{V}_1| \gg |V_0|$ と仮定すると、

$$|V_1| = |\tilde{V}_1 + V_0| \sim |\tilde{V}_1| = \sqrt{\frac{2m_x \tilde{\epsilon}_x}{M_1 M}} \dots (5)$$

となる。式(5)が与える反跳原子核の速度 $|V_1|$ はミューオン捕獲後に粒子が1つ放出された場合の近似形であるが、反跳原子核の励起エネルギーが十分に高いと2つ目、3つ目の粒子放出が起こりえる。もしも2つ目の粒子 y が放出された場合、計算の流れは式(2)-(5)と同じであるが、 \tilde{V}_i と V_{i-1} のベクトル和を考慮しなければならなくなり、計算が非常に複雑になる(1つ目の粒子放出でも本来は \tilde{V}_1 と V_0 のベクトル和を考慮しなければならないが、 $|\tilde{V}_1| \gg |V_0|$ と仮定して省略している)。理論計算によると、ミューオンを捕獲した原子核が放出する正味の平均粒子数は、およそ1であることから[2]、いまのところ反跳原子核の運動エネルギーを $M_1 |\tilde{V}_1|^2 / 2$ として議論することにする。

図6は、理論計算による $^{28}\text{Si}(\mu, x)$ 反応および $^{40}\text{Ca}(\mu, x)$ 反応後の粒子放出による反跳原子核の運動エネルギー分布を示したものである。 $^{28}\text{Si}(\mu, x)$ 反応において、 ^{24}Na の運動エネルギーは広い範囲に分布している。これは放出粒子の中では比較的重い α 粒子放出による反跳のためである。一方で中性子を放出した後の反跳原子核である ^{27}Al は高いエネルギーにはならないが、低いエネルギーでもっとも収率が大きい。 $^{40}\text{Ca}(\mu, x)$ 反応においても、 $^{28}\text{Si}(\mu, x)$ 反応と定性的に同じ結果が得られている。

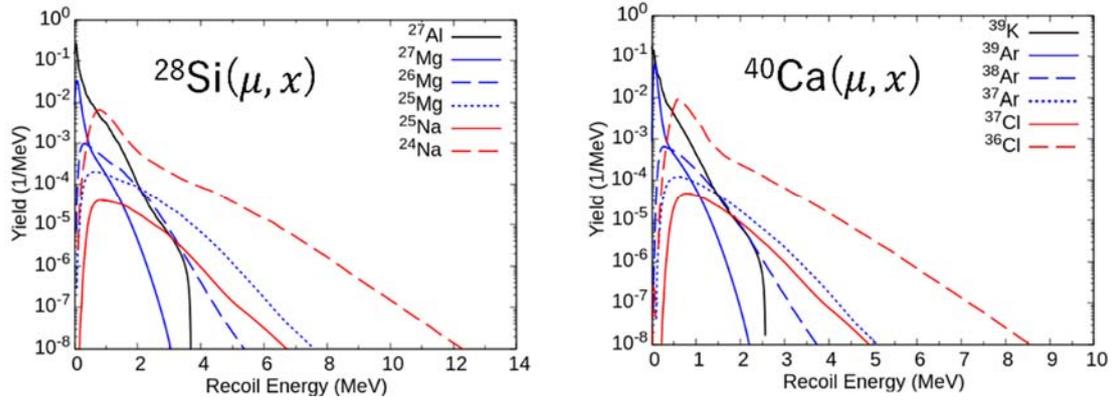


図 6 $^{28}\text{Si}(\mu, x)$ 反応 (左) および $^{40}\text{Ca}(\mu, x)$ 反応 (右) 後の粒子放出による反跳原子核の運動エネルギー分布

5. ミューオン捕獲理論モデルの最近の進展

2章では TDA および STDA 法によるミューオン捕獲の計算結果を紹介したが、それらの方法では基底状態補正や和則といった核構造における重要な性質を取り入れることができない。これを克服するためには既に紹介した SRPA を使う。SRPA は、STDA に取り入れられている $1p1h$ 状態の生成と $2p2h$ 状態の生成に加えて、 $1p1h$ 状態の消滅および $2p2h$ 状態の消滅を考慮する。このような系における SRPA の励起演算子は

$$Q^\dagger = \sum_{ph} X_{ph} a_p^\dagger a_h - \sum_{ph} Y_{ph} a_h^\dagger a_p + \sum_{\substack{ph \\ p'h'}} \chi_{pp'h'h'} a_p^\dagger a_{p'}^\dagger a_h a_{h'} - \sum_{\substack{ph \\ p'h'}} y_{pp'h'h'} a_h^\dagger a_{h'}^\dagger a_p a_{p'} \dots (6)$$

と表すことができる[8]。原子核の励起状態は式(6)を原子核の基底状態に作用させることで得ることができる。

しかし、現象論的な核子間 2 体相互作用を用いて式(6)の SRPA を実行すると、励起エネルギーをひどく過小評価してしまう。この原因は、Hartree-Fock 基底関数の導出時や現象論的な核子間 2 体相互作用を決定する際に取り入れられている効果が、SRPA でダブルカウンティングされていることが原因である。この問題を回避するためには二つの方法がある。一つ目は、SRPA を考慮したうえで、現象論的相互作用のパラメータを再決定することである。しかし、数値計算のコストの観点からこれを実施することは難しい。二つ目は、ゼロエネルギーでの SRPA の残留相互作用の行列要素が RPA のそれと一致するように、いくつかの行列要素を引いてしまう方法である[9]。この方法による SRPA を、Subtracted SRPA(SSRPA)と呼ぶ[8]。この方法はあくまで近似なのだが、実験データをよく再現できることがいくつかの原子核で調べられている。我々のグループでも最近 SSRPA の計算コードを開発し、ミューオン捕獲計算や光核反応計算への応用を実施している。ミューオン核データの開発では、この SSRPA コードを用いて実施していく予定である。

6. まとめと核データへの新展開

これまで述べたように、ミューオン捕獲反応では $1p1h$ 励起だけではなく、 $2p2h$ 状態や、MEC に代表される 2 体の外場の効果、前平衡過程・複合核過程に代表される原子核内部エネルギーの伝搬（本稿ではページ数の観点から省略）など、様々な物理現象が関係していることが分かった。原子核反応の物理の進歩は微視的な観点からも目覚ましいが、それはあくまで特定の系または時間スケールに限ってである。原子核反応を粒子放出にまで広げた場合、まだまだ分からないことあるのだとミューオン捕獲反応を通して知ることができた。多段階直接反応や多段階複合核反応、連続状態も含めた殻モデル計算など、これらに関する物理の基礎は既に作られているが、それだけで満足していない研究者も多いだろう。

ここで、私がミューオン捕獲反応研究を通して感じた疑問点をいくつかあげる。

- ① 核子核反応で得られた知見は、他の入射チャンネル（粒子）の反応系に適用できるのか？
- ② 直接反応から始まった反応はどのように前平衡・複合核へと進んでいくのか？
- ③ 高いエネルギーでは原子核の内部構造は本当に無視できるのか？

最近我々のグループでは、①について、ニュートリノ原子核反応や光核反応といった側面から切り込んでいる。核子核反応では、前平衡過程の初期状態は 2 粒子 1 空孔状態からスタートするが、光核反応においてどのような初期状態が適切であるか十分には分かっていない。ニュートリノ原子核反応も同様である。今後ますます発展していくと思われる基礎科学との連携や宇宙開発競争などを考えると、核子核反応以外の核データ開発にも視野を広げるべきである。基礎研究は世界各国で行われているが、核データという観点で開発は行われていない。我々が先んじて新しい核反応の核データ開発を進めることが、これからの日本の核データ国際戦略になるのではないかと感じている。

②の内容は、高エネルギー核データとも関連しており、これは理学・工学にとっても重要なテーマである。前平衡過程を記述するモデルとして励起子モデルや Intranuclear cascade model があり、核データ開発やシミュレーションに長年用いられているが、それらは原子核の内部構造を大きく単純化している。上記モデルが実験データをうまく再現できていない場合もあり、改めて前平衡過程から複合核過程への時間発展に注目した研究を行うことが望まれる。

③は、3 章で紹介した $2p2h$ 空孔状態が放出粒子のエネルギー分布に影響を与えたことに関連する。多くの高エネルギー核反応では核構造を単純化して考えることができる。しかし、あらゆる観測量においてその近似が適切であるか再考する必要性を感じている。

ミューオン核データ開発に向けた理論面における準備は、シミュレーションコードで

ある PHITS と協調しながら進めている。具体的な成果を提供できる日が早く来るように今後も邁進していくつもりである。

本研究は JSPS 科研費 JP23K03426 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] M. Ciccarelli, F. Minato, T. Naito: “Theoretical study of Nb isotope productions by muon capture reaction on ^{100}Mo ,” Phys. Rev. C **102**, 034306 (2021).
- [2] F. Minato, T. Naito, O. Iwamoto: “Nuclear many-body effects on particle emission following muon capture on ^{28}Si and ^{40}Ca ,” Phys. Rev. C **107**, 054314 (2023).
- [3] S. Manabe, “Study of Muon-induced Single Event Upsets in SRAMs and their Fundamental Physical Process,” Ph.D. thesis, Kyushu University, 2020
(URL: <http://hdl.handle.net/2324/4475179>).
- [4] F. Minato, T. Marketin, N. Paar: “ β -delayed neutron-emission and fission calculations within relativistic quasiparticle random-phase approximation and a statistical model,” Phys. Rev. C **104**, 044321 (2021).
- [5] F. Minato: “Estimation of a 2p2h effect on Gamow-Teller transitions within the second Tamm-Dancoff approximation,” Phys. Rev. C **93**, 044319 (2016).
- [6] M. Lifshitz and P. Singer: “Meson-exchange currents and energetic particle emission from μ -capture,” Nucl. Phys. A **476**, 684 (1988).
- [7] O. Iwamoto: “Calculation of recoil nucleus spectrum in the presence of multi-particle emission in nuclear reaction with Monte Carlo method as an extension of CCONE code,” J. Nucl. Sci. Technol. **59**, 1232(2022).
- [8] D. Gambacurta, M. Grasso, J. Engel: “Subtraction method in the second random-phase approximation: First applications with a Skyrme energy functional,” Phys. Rev. C **92**, 034303 (2015).
- [9] V. I. Tselyaev: “Subtraction method and stability condition in extended random-phase approximation theories,” Phys. Rev. C **88**, 054301 (2013).