話題·解説(IV)

ベータ崩壊の大局的理論 一前史からその応用までを概観する―

東京工業大学 先導原子力研究所 吉田 正 tyoshida@nr.titech.ac.jp

1. はじめに

原子核のベータ崩壊(特に核内に過剰にある中性子が陽子に変じる β^- 崩壊)は、フロントエンドを除く原子力利用のあらゆる局面に顔を出し、多くの非常に重要な役割を演じる。その意味で、核分裂そのものに次ぐ準主役級の核現象であると言えよう。そもそも β^- 崩壊は遅発中性子放出の引き金として核分裂連鎖反応の長時間にわたる持続を可能とし、そこから膨大なエネルギーを安定的に取り出すことを可能にするという奇跡的な僥倖をもたらす一方で、原子力利用全般に多くの解決すべき問題や課題、難題を持ち込む。原子力利用の意義はこのベータ崩壊のもたらすプラスとマイナスの間からどれだけのメリットを引き出すかにかかっているとも言えよう。ベータ崩壊が圧倒的に頻繁に起きているのは核分裂生成核(FP)においてである。陽子数に対して中性子数の割合が非常に大きいウランやプルトニウムが分裂し、それほどでもない FP 領域の核ができるのだから、余った中性子を陽子に変える β^- 崩壊が頻繁に起きるのは致し方ない。

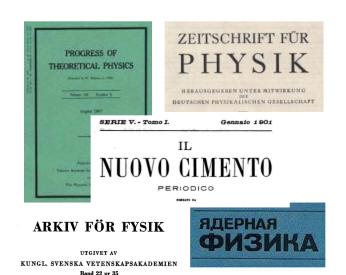
それはまず FP 崩壊熱として現出する。筆者はベータ崩壊の大局的理論を拠り所として FP 崩壊熱の予測精度向上に関わる仕事を細々とではあるが途絶えることなく行ってきた。だが昨年の1月1日、大局的理論を 1965 年に初めて提唱された恩師山田勝美先生が突然逝去され、本誌 2020 年 6 月の第 126 号に追悼記事を書かせて頂いた。これを機に大局的理論の分かり易い解説を残しておきたいと考えるようになり、幸い編集委員会のご理解をいただくことができた。本誌の読者諸氏は主に原子核の中性子反応を専門とされ、核崩壊は隣接分野の一つであるという方が多いであろう。そのような方々に、ベータ崩壊理論の中でもやや特殊な位置にある(とする意味は第 4 章以下で・・)大局的理論について書くからには、ベータ崩壊そのものの核物理における位置付けにも留意したい。筆者には、この一月に一周忌を迎えた山田先生への哀悼の念は今もっては消し難く、先生の業績を追うようなかたちで書き進めるのが適切であると考えた。なお本稿には稿末付録が付してある。その冒頭だけでも目を通しておいて頂けると幸いである。

2. 大局的理論までのベータ崩壊研究略史

2.1 フェルミ理論までのベータ崩壊

質量数 A は変化することなく、原子核が電子と反ニュートリノを放出して崩壊する現象が β^- 崩壊である。その際に原子番号が 1 だけ増加する。崩壊に際して放出される電子のエネルギースペクトルは連続スペクトル(後出の図 5 参照)であり、パウリが 1930 年に電荷も質量もない幽霊のような新粒子ニュートリノを導入し、これが余分なエネルギーを持ち去るとするまで、ベータ崩壊に際してはエネルギーが保存されないと考えざるを得ない状況が続いた。量子力学の生みの親のひとりニールス・ボーアもこの立場に立つほどであった。実際、パウリも苦し紛れに新粒子を導入したようで、この提案を論文にすることなく、マイトナー達への手紙で自説を開陳しただけだった。しかしその提案は生き残る。

パウリはこの新粒子を中性子(neutron)と呼んだが、1932年にチャドウィックが"本物の neutron"を発見してしまうと、パウリの未だ仮説上の粒子は名前を失ってしまう。数年後、フェルミはこの新粒子を中核に据えたベータ崩壊の理論を提唱するのだが、他人への手紙を引用する訳にも行かずに困ったようすで、「Pauli の提唱に従って、・・いわゆる(その~)"Neutrino"・・・」といった感じで、縮小語尾"~ino"を付けて引用なしに話を始めている[1]。学校で西ローマ帝国最後の皇帝の名をロムルス・アウグストゥルスと習ったが、これは本名ロムルス・アウグストゥスに縮小語尾がついたあだ名だ。共に小物だと認識されたわけだが、後になってクオークの発見により中性子は基本粒子としての地位を失う。一方、ニュートリノは電子とともにレプトンの名のもとで堂々と基本粒子として生き残ったばかりか、その後、基礎物理から天体核物理や宇宙論までの広い分野で主役級の活躍を続けて現在に至っている。



Naturwissensch. 24, 158, 1935

図 1 20世紀中葉まで覇を競った世界の物理学術誌 大局的理論の論文はほとんどが Progress of Theoretical Physics 誌に掲載されている

ベータ崩壊のフェルミ理論に関 して Wikipedia にこうある。「フェ ルミはこの理論について述べた論 文をイギリスの有名な学術雑誌 Nature に投稿したが、『推測的過ぎる』 という理由により掲載拒否された。 後に、Nature はこの審査について、 創刊以来の大きな編集ミスの一つで あると認めている」(「フェルミ相互 作用」ウィキペディア日本語版)。結 局、論文はイタリアの Il Nuovo Cimento 誌とドイツの Zeitschrift für Physik 誌に掲載されて世に出た。現 代では物理論文の刊行は米国が一手 に行き受けている感があるが、こ の時代から戦後しばらくまで、米、 英、独、仏、伊、瑞、丁、ソ、日(戦 後であるが)・・の学術雑誌が覇を

競っていた(図1)。

ここでフェルミ 論文に立ち戻ってベータ崩壊理論の歴史を辿れれば良いのだが、上記 *ZfP* 誌論文を瞥見した時点でそれは断念した。ここではフェルミ が「電磁輻射理論とのアナロ ジーでハミルトニアンを作ることでベータ崩壊理論を構築できる」としていることを述べる に止めよう。ハミルトニアン密度の電磁輻射項は

$$H_{\gamma} = eJ_{\mu}^{EM}A^{\mu} \equiv e(\bar{\psi}_f \gamma_{\mu} \psi_i)A^{\mu} \tag{1}$$

つまり、荷電粒子の作る四次元電流 eJ_{μ}^{EM} と光子の場を表すベクトルポテンシャル A_{μ} の内積(スカラー積)となっており、 γ は後出する Dirac の γ 行列である。この式の右辺とのアナロジーでフェルミはベータ崩壊の相互作用のハミルトニアン密度を

$$H_{\beta} = G(\bar{\psi}_{\nu}\gamma_{\mu}\psi_{n})(\bar{\psi}_{e}\gamma^{\mu}\psi_{\nu}) \tag{2}$$

とした。式 (1) と (2) の右辺の三つの因子は、上記アナロジーに基づいてそれぞれ一対一に対応しており、左から順に、電荷 (e) → 弱い力の結合定数 (G)、四次元電流 → 核子弱カレント、ベクトルポテンシャル → レプトン弱カレントである。ここで、 ψ はベータ崩壊に関わる4種類のフェルミオン、陽子 (p)、中性子 (n)、電子 (e)、ニュートリノ (ν) の波動関数 (D) であり、 $\bar{\psi} \equiv \psi^{\dagger}\gamma^{0}$ $(\psi^{\dagger}$ はエルミート共役)である。式 (2) 右辺中の二因子は共に4元ベクトルとして振る舞うので、これは流れ積型(current-current type)相互作用のうちでもベクトル-ベクトル型と呼ばれる。ここで現代の記法を用いたが原論文ではこのように書き下されてはいない。

フェルミ理論によれば、ベータ崩壊に際して電子がエネルギー E_e で放出される確率 $P(E_e)$ は

$$P(E_e)dE_e = \frac{G^2}{2\pi^3} \left| \int \Omega \right|^2 C(Z, E_e, E_0) F(Z, E_e) p E_e (E_0 - E_e)^2 dE_e$$
 (3)

で与えられる。ここで $pE_e(E_0-E_e)^2$ はレプトン(電子とニュートリノ ν_e)の位相空間での状態密度、 $F(Z,E_e)$ はフェルミ関数と呼ばれ、放出電子(あるいは陽電子)が原子核のクーロン場から受ける効果を記述する。p は電子の運動量、 E_0 は遷移の全エネルギーである。 $C(Z,E_e,E_0)$ は補正因子で、詳細は後に記す。 $\int \Omega$ は核行列要素と呼ばれ、本稿後半の主要主題となるが、 Ω は遷移の演算子(遷移という事象を惹起する数学上の要素)そのもの、あるいはその名称を表す。

2.2 許容遷移: Fermi 型と Gamow-Teller 型

フェルミ は (2) 式を採ることで、ベータ崩壊はベクトル-ベクトル型の相互作用によって 引き起こされる、としたことになる。これは成功を収めフェルミの理論は現在でも全てのストーリーの出発点とされる。しかし実はベクトル-ベクトル型以外にも多くの可能性が残されていた。実際、ガモフとテラーは 1936 年の時点でこれだけが唯一可能な選択肢ではないことを示している。これはやがて軸ベクトル-軸ベクトル型の Gamow-Teller 遷移と呼ばれるものになるだろう。以下、これを GT 遷移と略称する。

話の出発点となる (2) 式の構造を決めているのは右辺に 2 回現れる行列 $\gamma^{\mu} \equiv (\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3)$ であり、これは時間・空間が作る四次元空間の中でベクトルとして振る舞う。代表的な四元ベクトルにエネルギー・運動量ベクトル $p^{\mu} \equiv (p^0, p^1, p^2, p^3) \equiv (\frac{E}{c}, \textbf{p})$ があるが、最初が時間成分、あとの 3 つが空間成分である。サフィックス μ を下付きにすればこの空間成分 3 つをマイナスにしたものを意味する。同じ項の中で同じサフィックス(ここでは μ)が対で現れれば $\mu=0,1,2,3$ について和を取るという共通の約束に従う。従って $p_{\mu}p^{\mu}=\frac{E^2}{c^2}-\textbf{p}^2=m^2c^2$ であり、これは相対論的不変量(スカラー)となる。物理理論(ベータ崩壊理論も例外ではない)の根幹に出発点としておかれるハミルトニアンの各項は(とりあえず!)スカラーでなければならない。式 (2) の H_{β} はこの資格を満たす。

この Dirac 行列はベータ崩壊に関わる 4 種類のフェルミ粒子の波動関数 ψ が従うべき方程式である Dirac 方程式の「係数」として次のように現れる。なお m は Dirac 質量である。

$$i(\gamma^0 \frac{\partial}{\partial t} + \gamma^1 \frac{\partial}{\partial x} + \gamma^2 \frac{\partial}{\partial y} + \gamma^3 \frac{\partial}{\partial z})\psi - m\psi = 0$$
 (4)

ここで、少し Dirac 行列 γ^{μ} の中身に踏み込んでおこう。それは以下のように与えられる。

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \qquad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_k \\ -\sigma_k & 0 \end{pmatrix} \quad k = 1, 2, 3 \tag{5}$$

これを Dirac 表現と言い、他に Weyl 表現、Majorana 表現などが知られているが、Dirac 表現は最も広く使われ、四元スピノル ψ の非相対論極限から近似を上げて行くとき、とても見通しが良い。上記 (5) の4種類の行列は実は 2×2 行列ではなく、 4×4 行列の簡略表現であり、従ってその要素 0 は 2×2 のゼロ行列、I は 2×2 の単位行列、 σ_k は 2×2 のパウリ行列である。この点だけ留意しておけば、一見 2×2 の象徴的な表示 (5) だけで本項の以下の議論もスッキリ進めやすい。式 (4) の解は、実空間とは異なる四次元スピノル空間の 4×1 行列(4 元スピノル)である。ここではまずベータ崩壊の中核となる核行列要素に直結する核子に話を限定しよう。

$$\frac{\bar{\psi}}{(l \ s) \begin{pmatrix} nz & 0 \\ 0 & nz \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l \\ s \end{pmatrix}} \approx l^2 + s^2 \Rightarrow \mathcal{T}$$

$$\begin{pmatrix} l \ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & nz \\ nz & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l \\ s \end{pmatrix} \approx 2ls \Rightarrow 1 \wedge 1$$

図 2 許容遷移と禁止遷移を分ける γ 行列の構造 図中 l は大きな、s は小さな 2 成分スピノルを示す。 nz はゼロでない 2x2(ここでは単位ないしパウリ)行列である。

核子の運動エネルギーはその静止質量に比べて小さいため、核子スピノルの上方 2 成分は下方 2 成分に比べずっと大きい。相互作用項は式 (2) 右辺のように、 γ^{μ} をスピノル $\bar{\psi}$ と ψ で挟んだかたち(双一次形式)をした二つ因子の積の、 $\mu=0,1,2,3$ についての和として得られる。核子スピノルはともに最初の 2 成分が大きいのだから、式(2)に現れる四つの項のうち、0 で

ない左上対角成分を持つ γ^0 を含む項が支配項を成すことがわかる(図2および式(5)参照)。

この項に起因する強い遷移が Fermi 遷移と呼ばれ、その核行列要素を多くの例に倣って $\int 1$ と表す。

$$\int 1 \equiv \iiint \bar{\Psi}_f \sum_{k=1}^A \tau_{\pm}^{(k)} \Psi_i dx dy dz \tag{6}$$

である。左辺略記号中の1は支配項の行列要素であるIの要素1に由来する。ここで我々は、行列式(5)の後半の行列 $\gamma^k(k=1,2,3)$ を含む三つの項を捨てたことを記憶願いたい。第3.3 節で、我々はこれらに第一禁止遷移の名で再会することになる。 $\tau_\pm^{(k)}$ はアイソスピンの昇降演算子であり(アイソスピンについては後述する)、 $\tau_\pm^{(k)}$ が右側の原子核始状態の状態関数に作用すると、核内のk番目の核子が中性子ならこれを陽子変え、陽子なら状態関数をゼロにする(β^- 遷移)。 $\tau_\pm^{(k)}$ はこれと逆の働きをする(β^+ 遷移)。ここで、ベータ崩壊の演算子は核内の個々の核子のひとつに作用する演算子の単なる和になっていることに注意されたい。Fermi 遷移の演算子は核子の種類を置き換えるだけなので、核スピンJもパリティも変化しない。このような規則を選択則と呼び、「 $\Delta J=0$, No」などと記される。No はパリティ変化がないことを表す。

____ 寄り道 _____

Fermi 遷移の最も簡潔な例を一つ見ておこう。 13 N は 9.965 分の半減期で β^+ 崩壊により 13 C の基底状態に至るが、このとき一粒子殻模型では $1p^{1/2}$ 軌道にいる 7 番目の陽子が同じく $1p^{1/2}$ 軌道の中性子に変わるだけである。核力は陽子に対しても中性子に対してもほぼ同じと考えられるから(核力の電荷独立性)、崩壊の前と後で波動関数の空間部分はほぼ変化せず、式 (6) の空間積分は波動関数の規格化条件そのものとなり、ほぼ 1 である $(\int 1 = 1)$ 。これは核行列要素が簡単に推測できてしまう特殊な例のひとつであり、ほとんどの場合、決してこう簡単には行かない。我々の興味の対象である FP 核種の崩壊は、これから見て行くように、極めて複雑である。

ところですでに軸ベクトル-軸ベクトル型の GT (Gamow-Teller) 遷移の必要性に言及した。時空の四次元空間で軸ベクトル (Axial Vector、擬ベクトルともいう) を作るには、ベクトル (極性ベクトル) γ^μ に擬スカラーとして振る舞う γ^5 を乗じて $\gamma^\mu\gamma^5$ とすればよい。下式 (7) と (8) を眺めると、式 (2) に準じるはずの流れ積型相互作用項の中で支配項となるのは左上 対角成分が 0 でない $\gamma^k\gamma^5(k=1,2,3)$ を含む 3 項であること、そして $\gamma^0\gamma^5$ を含む項はこの 要件を満たさないこと、が容易に分かる (図 2 を再度参照されたい)。すなわち生き残るのは

$$\gamma^k \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_k \\ -\sigma_k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & -\sigma_k \end{pmatrix}, \quad k = 1, 2, 3 \tag{7}$$

$$\gamma^0 \gamma^5 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -I & 0 \end{pmatrix}, \tag{8}$$

のうちの σ を含む上の式 (7) である。じっさい GT 遷移の核行列要素にはパウリのスピン 行列 $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ が入ってきて、次の (9) 式のような形になる。

$$\int \boldsymbol{\sigma} \equiv \iiint \bar{\Psi}_f \sum_{k=1}^A \tau_{\pm}^{(k)} \boldsymbol{\sigma} \Psi_i dx dy dz \tag{9}$$

これはやがて次節に述べる歴史的でかつエキサイティングなパズル解決の一つのヒントとなるだろう。GT 遷移の選択則は「 $\Delta J=0,\pm 1$, No」であるが $J=0\to 0$ は禁止される。なお、ここでは $\gamma^0\gamma^5$ を捨てたことを記憶されたい。本節で導入した Fermi 遷移と GT 遷移は許容遷移と総称される。補足だが Fermi の黄金則(3)に現れる補正因子は許容遷移に対して普通 $C(Z,E_e,E_0)=1.0$ と取られる。

2.3 RaE スペクトルと Yamada · Marshak 論争

1930 年代後半から、ベータ崩壊に際して放出されるベータ線のスペクトルやベータ線・ガンマ線の角度相関が測定され始める。戦争のため探究は大きく中断されつつも、次第に前節に述べた許容遷移だけでは、蓄積された実験データの全てを説明し切ることができないことがはっきりしてきた。基本となる問題は、崩壊に関わる4種類のフェルミ粒子に関わる諸量から、相互作用項をどのように作るかである。材料となるのは ${\bf Dirac}$ 方程式の解 ψ から作られるローレンツ変換に共変な5種類の双一次形式でなければならない。前節で述べた経緯は以下への序章であった。

Scaler(S): $\bar{\psi}\psi$ Vector(V): $\bar{\psi}\gamma_{\mu}\psi$ Tensor(T): $\bar{\psi}(\gamma_{\mu}\gamma^{\nu} - \gamma_{\nu}\gamma^{\mu})\psi$ Axialvector(A): $\bar{\psi}\gamma_{\mu}\gamma^{5}\psi$,

Psuedoscaler(P): $\bar{\psi}\gamma^5\psi$

問題は、これらから特定のタイプを選び出し、実験データを全て説明できるように式(2)に倣って核子部分とレプトン部分からなる「流れ(current)積」を作ることである。あるいはどれか二つ(例えばSとT)の組み合わせでも良い。

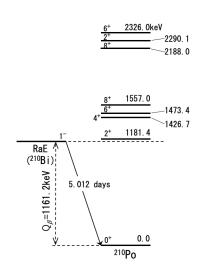


図3 RaEの崩壊と子核 (210 Po) のレベル構造

戦後も 1950 年代に入ると問題の焦点がはっきりしてくる。当時最大の問題となったのは、RaE(210 Bi の歴史的名称)の β^- 崩壊で、その重要性はフェルミ理論とは大きく異なったベータ線エネルギースペクトルの解釈にあった。RaE の β^- 崩壊は決して小さいとは言えない崩壊エネルギー($Q_{\beta}=1161.2$ keV)にも拘らず、 β^- 遷移の行先が 210 Poの基底状態だけしかない。つまり図 3 に示すように 210 Poの第一励起状態は、RaE の基底状態から行けるエネルギー領域(図 3 の二本の横破線の間)の僅か上の 1181.4keV にあり、従って基底状態

にしか遷移できないのである。つまり、スペクトルに遷移タイプの特徴が出やすい重い核でありながら、純粋に単一の遷移スペクトルから成るため、ベータ相互作用の機微を覗き込める格好の窓のような対象であった。ちなみに RaE のこの遷移は許容遷移ではなく、後出する第一禁止遷移と呼ばれるものである。

RaE の崩壊のスペクトルは戦前から既に注目されていたが [2]、1952 年に Petschek と Marshak は 210 Bi のスピンが 0 で、相互作用が 1 て、カンツル: 以下上記分類カッコ内の略称を使う)と P の共存であるときのみこのスペクトル型が説明可能であるとし [3]、この説は広く受け入れられた。翌年 1 月の東京での素粒子論国際会議で山田は「スピンが 1 なら 1 1 なら 1 1 と P の混合型ないし A 型、スピンが 1 なら 1 1 なら 1 1 と 1 1 なら 1 $^$

2.4 その後:パリティ非保存と V − A 相互作用

S、V、T、A、Pのどれを、あるいはどの組み合わせを採るかで、1950 年代前半はまだ諸 説入り乱れて混沌としていた。Plassmann らは Petschek/Marshak 説と山田説の決着を付ける べく RaE スペクトルの何度目かの再々測定を行なっている [5]。論文の書きぶりは山田説に 好意的だが、しかし明確な結論にまでは至っていない。

やがて混沌のなかに一条の光が走る。リーとヤンによる弱い相互作用におけるパリティ非保存の発見である(1956 年) [6]。パリティ非保存は C.S.Wu(呉健雄)の ⁶⁰Co ベータ崩壊時の放出電子の角度分布に関わる精緻な実験によってすぐに確認された [7]。これは衝撃的な結果であり、パウリは「まったくばかげている」と叫んだと言う。李政道と楊振寧は 1957年のノーベル賞を受ける(当時、ある年のノーベル賞は翌年に選考・授与された)。筆者には C.S. Wu が共同受賞しなかったことが未だに不思議でならない。後年、Wu 女史は山田先生と議論するため早稲田を訪問されたが、残念ながら筆者はまだ多分学部 1 年生の頃だったはずで、誰が来ているか知る由もない。研究室の先輩は後に「普通のおばさんだったよ」と話してくれた。

_____ 寄り道 τ-θパズル _

本稿はベータ崩壊に沿って話を進めている。しかしリーとヤンはその論文を、当時、焦眉の大問題であった「 $\tau - \theta$ の謎」をもって書き始める。以下、山田らの教科書 [8] に従うと、当時、3 個の π 中間子に崩壊する τ 中間子と、2 個の π 中間子に崩壊する θ 中間子とが知ら

れていた。これは両者がパリティを異にすることを意味し、従って互いに別の粒子であるとするしかなかった。しかし両者はその性質があまりにも酷似している。電子質量を 1 として τ が 966.1 ± 0.7 で θ は 968 ± 5 、平均寿命は τ が $(1.19\pm0.05)\times10^{-8}$ sec で θ は $(1.21\pm0.05)\times10^{-8}$ sec という次第であった。リーとヤンはこの崩壊を引き起こす弱い相互作用(本稿では狭く「ベータ相互作用」と記してきたもの)はパリティを保存せず、従って両者は単一の粒子(K 中間子)であると主張し、それを確認するための実験を提案したのである。これは物理学全般に関わる歴史的なブレークスルーであった。

パリティ非保存が確認されると議論は急速に煮詰まり、翌年には Feyman-Gellmann [9] と Sudarshan-Marshak [10] が独立に V-A 相互作用を提唱し、戦前から続いた議論に終止符が 打たれ、弱い相互作用の基本型がここに確立した。これはすでに冒頭に期したフェルミによる表式(2)を修正した

$$H_W = \frac{G}{\sqrt{2}} (\bar{\psi}_p \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_n) (\bar{\psi}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_\nu)$$
 (10)

であり、新たに因子 $(1-\gamma_5)$ が入ってきたに過ぎない。 γ_μ から作られる双一次形式はベクトル (V)、 $\gamma_\mu\gamma_5$ から作られるそれは軸ベクトル (A) として振る舞う。式 (10) 中の主要因子が両者の引き算であることが V-A 相互作用と呼ばれる所以である。この V-A 型相互作用の導入はベータ崩壊のみでなく、自然界の第四の相互作用(Weak Interaction, 弱い相互作用)全般に関わる表式であるので、ここでは H の下付きを β から W に改めた。

因子 $(1-\gamma_5)$ は右にくる四元スピノール(Dirac 方程式の解)から左巻きのフェルミオン のみを取り出す作用をする。同じことだが弱い相互作用は右巻きの反ニュートリノのみを依 怙贔屓し、それまで硬く信じられてきた右手系と左手系の対称性を破壊することになる。つ まり「パリティ非保存」の定式化である。進行方向(運動量の方向)と同じ向きのスピンを持 つ粒子を右巻き、逆向きなら左巻きという。これを粒子の helicity というが、もしその粒子の 質量がゼロなら helicity は chirality (まれに「掌性」と訳される)と呼ばれるものに一致し、 helicity (=chirality) は粒子固有の性質となる。だから質量がゼロならば、右巻きニュートリ ノと左巻きニュートリノは別種の素粒子であるということになる。Goldhaber たちは 1958 年 に精緻を極めた実験結果を発表し [11]、 152m Euの K 電子捕獲で放出されるニュートリノが確 かに左巻きであることを確証した。こうして右巻きニュートリノは(同時に左巻き反ニュー トリノも)我々の宇宙から追放されたことになる。しかし近年、この右巻きニュートリノ(と 同時に左巻き反ニュートリノも)が"Sterile Neutrino(不毛のニュートリノ)"という名で亡 霊のように復活しかかっている。が、しかしまだ決着を見ていない。だが、ごく微小ながら ニュートリノには質量があるとなると … だがそこから先を書き続ける能力は筆者にはない。 因子 $(1-\gamma_5)$ ひとつでそれまでの二十年で蓄積されたベータ崩壊やミューオン崩壊等に関 わる分厚い実験データ、 $\tau - \theta$ の謎、パリティ非保存等、当面の問題の全てに解答が与えられ た。山田先生の提唱された「(RaEの) スピンが0ならTとP型ないしA型、スピンが1な

らSとTないしVとA型・」はここで立証されたと考える。V-A相互作用の提唱者の

一人 Marshak は、先生と激論を交わしたあの Marshak である。1957~1959 年は多々あるレビューや回顧録から激動の3年間であったことが伝わってくる。ここまで来れば、あとは Weinberg-Salam 理論を経て Weak Boson (W_\pm, Z_0) の発見を待つのみとなる。ここでベータ崩壊研究前期の小史を終えよう。最後に、もう何十年も経った今だから書いてしまうが、私が何かの拍子で「若い頃、先生はあの大家 Marshakを論破されたんですよね」と口を滑らせるた。すると、先生は「そんな大家でもないよ」とポツリひと言おっしゃったのを思い出す。あれはどういう意味だったのか。



図4 晩年の山田勝美先生

3. ベータ崩壊の大局的理論への道

3.1 核行列要素とアイソバリックアナログ状態

ベータ崩壊理論の出発点となる式(3)をもう一度ここで振り返っておこう。

$$P(E_e)dE_e = \frac{G^2}{2\pi^3} \left| \int \Omega \right|^2 C(Z, E_e, E_0) F(Z, E_e) p E_e (E_0 - E_e)^2 dE_e$$
 (11)

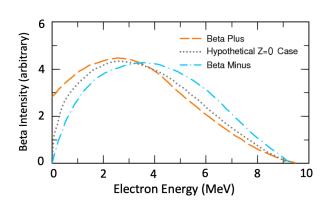


図 5 許容遷移のベータ線エネルギースペクトル オレンジの β^+ 遷移では生成された陽電子が核の 正電荷によって押し出されるためエネルギーがな くとも外に出られる

である。図 5 にこの式から計算される 許容 β^\pm 遷移のベータ線エネルギースペクトルの典型例を示しておく。式 (11) の右辺に現れる補正項 $C(Z,E_e,E_0)$ は 既に述べたように許容遷移では 1.0 であるが、このあと 3.3 節で述べる禁止遷移では、遷移のタイプごとに複雑に変化する。これに関する古典的文献と 1.0 で度を学げておくが、必要に応じて 度を学げておくが、必要に応じてあり、教科書や 1.0 の他にも多くの文献 ある。また、ここで一度正確を期しておくと、1.0 の他にも多くのは電子と 右巻きの電子型反ニュートリノ 1.0 であり、1.0 のは陽電子

と左巻きの電子型ニュートリノ (ν_e) である。本節以降問題となるのは(6)ないし(9)で既に現れ、(11)式の中核となる核行列要素 $\int \Omega$ である。ベータ崩壊の核行列要素をあらゆる核について正確に計算することは現在でも不可能と言える。 β^- 遷移の核行列要素は、遷移の演算子の非アイソスピン部分を ω 、遷移の名称を Ω として

$$\int \Omega \equiv \iiint \bar{\Psi}_f \sum_{k=1}^N \tau_+^{(k)} \omega_k \Psi_i dx dy dz$$
 (12)

と書かれる。Fermi 遷移なら $\omega=1$ 、GT 遷移なら $\omega=\sigma$ である。式(12)は原子核内の崩壊しようとする中性子 k に関する和になっている。比較的軽い原子核で終状態(あるいは陽子の空孔)の数が少ない場合、この計算は不可能ではないし、特に鏡映核では簡単な一粒子モデルでもうまく行く(冒頭の 13 N \rightarrow 13 C はその一例である)。しかし一般には、一粒子殻模型などを使って計算すると、ほぼ例外なく遷移確率が過大評価されることがわかってきた(往々にして何桁も)。この間の経緯は文献 [8] の第 6 章にアイソスピン $_{\tau}$ を主役に詳しく述べられているが、ここでは同文献に従って簡単に紹介しておくに止めよう。

核子のアイソスピン τ は $\frac{1}{2}$ である。アイソスピンは普通のスピンと同じ数学的構造をもち、核子の形態(陽子であるか中性子であるか)を記述する。その Z 成分 τ_z が $+\frac{1}{2}$ のとき陽子、 $-\frac{1}{2}$ のときが中性子である。演算子 $\tau_+=\frac{1}{2}(\tau_x+i\tau_y)$ が中性子状態 ϕ_n に作用すると陽子状態 ϕ_p となり、陽子状態 ϕ_p に作用するとゼロとなる。 τ_- はこの逆の作用をし、 τ_\pm はスピンで言えばその昇降演算子に酷似した演算子である。 τ_+ は β^- 遷移の核行列要素の表式(6)、(9) 中に既に現れていたことを思い出して頂きたい。ここで Fermi 遷移の核行列要素(6) に着目し、改めて β^+ 遷移についてこれをこれを記すと

$$\int 1 \equiv \iiint \bar{\Psi}_f \sum_{k=1}^A \tau_{\pm}^{(k)} \Psi_i dx dy dz \tag{13}$$

となる。ここで状態関数 Ψ_f と Ψ_i は、空間部分、スピン部分、アイソスピン部分の積になっている。したがって、空間部分、スピン部分について、始状態と終状態の核子の詰まり方が二つ以上の核子について異なっていると、それらの直交性から、核行列要素はゼロになってしまう。遷移の演算子 τ_+ はアイソスピンの Z 成分を 1 大きくするが、始状態と終状態が同じアイソスピン多重項に属していなければ、やはり核行列要素はゼロになってしまう。こういった視点での整理と理解は、原子核理解のパラダイムシフトと言える殻模型の成立(1949年)に遅れ、1960 年代初頭に始まり次第に進展していった。

3.2 IAS や GTGR が抑止する許容遷移

とは言っても、殻模型の進展、さらに後年はコンピュータの進化に連動したこの模型の精密化と並行して、ベータ崩壊特性の予測精度も高まって行くだろうという期待通りには、ことは運ばなかった。時に単一粒子殻模型のような簡単なモデルでもベータ崩壊特性を見事に記述できるいくつかの軽い核を例外として、重い核 (本稿では $A \gtrsim 40$ をそう呼び FP 核種は全てその範疇に入る)では核行列要素で言って $10 \sim 100$ 倍、あるいはそれ以上も過大評価されると言うのが現実であった。つまりベータ崩壊は何等かの原因で「抑止」されているのだ。その理由は、大局的理論の成立の経緯とも深く関わっていたばかりでなく、その発想の原点であったとも言えよう。まず山田先生の著作から引用する。

単一粒子殻モデルは殻モデルの最も簡単な形のものであるから、それが悪いからといって 殻モデル全体が悪いということにはならない。いやむしろ殻モデルは、その近似の度合いを 原理的にどこまでも進められるという意味で最も正統的な核モデルといってよいであろう。 しかしその第0近似の単一粒子殻モデルがベータ崩壊をうまく扱えないという事実は、"殻モデルはベータ崩壊が苦手である"ことを示すともいえようか。(文献[12]p.187)

ではなぜ核行列要素は一貫して過大評価され、殻モデルはベータ崩壊が苦手であるのか? 本稿冒頭の「寄り道」で述べた軽い核 13 N の β^+ 崩壊を例に考えてみる。式 (13) で見たよ うに、フェルミ遷移の行列要素はアイソスピン下降演算子 $au^{(k)}$ の全陽子に関する和を始状態 と終状態の波動関数 $\bar{\Psi}_f$ および Ψ_i で挟み全空間で積分したものとなる。しかし、 13 N では $^{12}\mathrm{C}$ (Z=N=6) が閉じた芯を形成し、その周りにいる $p^{1/2}$ 軌道の陽子だけが遷移に寄与 する。したがってkについての総和は不要であり $p^{1/2}$ 陽子が $p^{1/2}$ 中性子に変わる遷移だけ が起きる。もし核力の荷電独立性が成り立っている(核力が荷電に依存しない)ならば、終 状態 Ψ_i (13 C) の 7 番目の中性子軌道とベータ遷移で生成された状態 $au_+\Psi_i$ の 7 番目の中性 子軌道は同一となるだろう。両者間で陽子が一個減少(β 崩壊なら増加)することでクー ロンエネルギー分 ΔE_C だけエネルギーが減少(eta^- 崩壊なら増加)するだけで、波動関数空 間部分の規格化から核行列要素 $\int 1$ の絶対値は 1.0 となる。なぜなら、演算子 au_+ が直接作 用するのは状態関数 Ψ_i のアイソスピン部分だけだからである。こうして作られる状態 $\tau_+\Psi_i$ は Isobaric Analog State(IAS) と呼ばれ、ほぼ全ての Fermi 遷移強度が IAS に集中し、娘核の 他の状態にはほとんど遷移しない。こうして生じる強い(IASへの)遷移は超許容遷移と呼 ばれ、軽い鏡映核間のベータ崩壊 (特に β^+) にその例が多く見られる。娘核の基底状態か ら測ったエネルギーはこの ΔE_C になるので、以降、これを E_{IAS} と記そう。なおここで遷移 強度、強度関数という言葉が出てくるが、第4.1節でこれを正式に議論するまで、「遷移の強 弱のエネルギー分布」くらいに考えておいて頂きたい。

上記の説明では β^+ 崩壊にその例を求めたが、図 6 は我々の主たる興味の対象である比較的重い核の β^- 崩壊に伴う遷移強度と娘核の励起エネルギーの関係を模式的に示したものである。縦軸中ほどの鋭いピークが IAS である。核力の詳細が知られていなかった当時、IAS は軽い核には見られても、重い核では複数のレベルに分散しエネルギー固有状態(あるいは局在する鋭いピーク)として明確に現れることはないだろうと考えられていた。しかし、山田の著作 [12] によると、「このような状態(IAS)は、最初 1961 年に (p,n) 反応によってによって実験的に見つけられ、それが当時の理論的常識とは違っていたためにセンセーションを引き起こした」。ここでの「実験」とは Anderson と Wong による 51 V(p,n) 51 Cr 反応断面積測定 [13] を指すが、これに続き多くの重い核で IAS が実験的に確認された。

一方、GT 遷移の演算子は核力を変化させる σ 行列を含むが、それにもかかわらず IAS の 近傍に幅広い共鳴(Gamow-Teller Giant Resonance:GTGR)を形成するとの主張が 1964~5 年に日本の池田、藤田、藤井 [14]、それと独立に山田 [15] によってなされていた(図 6 をも う一度参照されたい)。しかし後述するように、GTGR の存在が実験的に確認されるまでそ の後 15 年待たなければならない。蛇足となるが、この文献 [15] を本稿筆者は読んでいない(従ってこれは文献 [12] からの孫引きである)。ベータ崩壊大局的理論の出発点でもあるこの 文献には本稿執筆に際し目を通しておく必要があると考えて国会図書館目録まで調べたが見 つけ出せなかった。これは早稲田の図書館まで出向くしかあるまい、と考えたものの、この

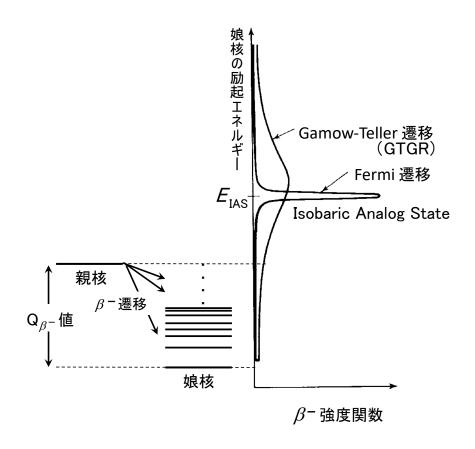


図6ベータ強度関数の大局的挙動

コロナ禍の今、やはり躊躇してしまったのが実情である。読者諸氏と山田先生にお詫びしな ければならない。

図 6 に関連して述べておきたいのは、軽い核を除くと、 β^- 崩壊では Femi 遷移で IAS に到達することはエネルギー保存の観点から不可能であるということである。重い核の β^- 崩壊を図示する同図左下小パネルの遷移の矢印は全て斜め下向きである。遷移によってエネルギーを「得る」ことはできない。つまり、実際に起きる Fermi 遷移の行先は IAS の遥か下、IAS ピークの僅かな裾の部分だけである。これが Fermi 遷移の大きな抑制をもたらす。GTGRの方はその分布幅が大きく広がるため、GT 遷移は Fermi 遷移に比較してずっと起こりやすくはなるものの、やはりおおきく抑制される。実際、FP 崩壊熱や原子炉ニュートリノの生成に Fermi 遷移は殆ど寄与せず、ごく大雑把に言えば GT 遷移からの寄与が $7 \sim 8$ 割、残りが次節に述べる第一禁止遷移である [16]。我々が特に興味を持つ FP 核種の主役はこのような理由で GT 遷移となる。さらに言えば、なぜ簡単な一粒子模型ではベータ遷移の核行列要素は一貫して過大評価されたかという問いへの答えは IAS や GTGR が適切に考慮されていなかったためであると言えるだろう。次節で述べる第一禁止遷移でもこれに似た状況がある。

山田と高橋はこの事態を逆に捉え、IAS や GTGR ありきで核行列要素を評価しようと発想した。これがベータ崩壊の大局的理論の出発点である [15],[17]。しかし GTGR 存在の実験的確認は、大局的理論の確立に遅れること 10 年、Horen らによる測定まで待たなければならない [18]。

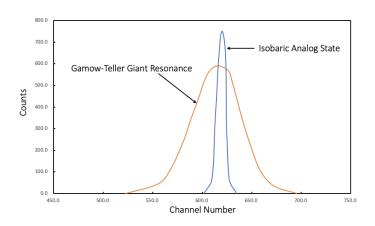


図7 Horen らによって測定された 208 Pbの IAS と GTGR Horen らの文献 [18] 中の図から読み取り再現された概形。励起エネルギーは左向きに増加し IAS と GTGR のピークエネルギーはそれぞれ 15.2MeV と 15.6MeV である。

彼らは行き先のエネルギー範囲が狭く限定されるベータ崩壊ではなく、(p,n) 反応断面積を測ることで、GTGR の存在を実験的に初めて確認した。その結果を図 7 に示す。この²⁰⁸Pbの例ではIASとGTGRのピーク位置はほぼ一致している。Horen らは、この結果はほぼ 1964 年に池田 [19] が予言した通りになっていると記している。

3.3 禁止遷移

第 2.2 節で、我々は行列式(5)に現れる $\gamma^1,\gamma^2,\gamma^3$ を含む三つの項を捨て、結果として核行列要素 $\int 1$ だけを残したことを想起願いたい(同時に、この 3 項に第一禁止遷移の名で後に再会するとも記した)。更に GT 遷移に関して「ここでは $\gamma^0\gamma^5$ を捨てたことを記憶されたい」と記したことを思い出して頂きたい。実は捨てられたこの二つは、許容遷移ではなく、第一禁止遷移というタイプの遷移に分類されるのである。前者の核行列要素は $\int \alpha$ 、後者のそれは $\int \gamma^5$ と略記され、これらに起因する第一禁止遷移は超許容遷移に比べて大雑把に 4 桁程度起こりにくい。これは核内での核子の速さ v が光速 c の 10 分の 1 程度しかないことに由来する。この略記中で使われている $\alpha(=\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$ は、我々が第 2.2 節で許容遷移から「捨てた」行列 $\gamma^k(k=1,2,3)$ と同じ構造を持っており、ただ(5)式に即して言えば、その左下の 2×2 要素 σ_k にマイナスが付いていないことだけが異なる。言うまでもなく Dirac が彼の方程式を初めて導入したとき使った行列名である。

更に大事なポイントは第一禁止遷移の核行列要素がこの 2 種類だけではないことである。式(12)の積分を行う際に、レプトンの原子核内での波動関数をその波数を k、動径座標を r_i として kr_i で展開すると、その一次の項から得られるのが $\int {m r}$ 、 $\int {m \sigma} \cdot {m r}$ 、 $\int {m \sigma} \times {m r}$ 、 $\int {B_{ij}}$ の 4 つの核行列要素である [20]。 4 つ目のテンソルは $B_{ij} = x_i \sigma_j + x_j \sigma_i - \frac{2}{3} \delta_{ij} {m \sigma} \cdot {m r}$ と書き下せる。これら四つの行列要素には三次元空間座標 ${m r}$ が一次で現れていることに注意されたい。いずれにせよ、全ての出発点となった V-A 相互作用の基本式(10)から、次章に述べる大局的理論を含む実際の計算の基盤となるこれら行列要素 $\int 1$ 、 $\int {m \sigma}$ 、 $\int {m \alpha}$ 、…… $\int B_{ij}$ 導出の経緯については、総合文献 [20] を引用しておくに止めたい。なお、第一禁止遷移の選択則は「 $\Delta J=0,\pm 1,\pm 2$ 、Yes」である。ちなみにこの第一禁止遷移という括りは歴史的経緯もありやや便宜的なものでもあることを付記しておく。

動径座標rの2次以上の項にはさらに高次の禁止遷移が対応してゆくわけだが、核データの応用という観点からは第一禁止遷移までを考えれば良いというのが当面の筆者の認識である。

4. ベータ崩壊の大局的理論概要

高橋、山田は、核モデルの標準とも言うべき殻模型から積み上げてベータ崩壊の核行列要素を計算する道を選ばず、これとは全く異なった独特のアプローチから問題に取り組んだ[17]。それが拠って立つところは、これまでに述べた IAS や GTGR といった遷移の行き先の持つ規則性(更にいえば共鳴構造)であり、それに踏み込むための手段が総和則(sum rule)である。全ての安定核の周辺に幾千とある短寿命ベータ不安定核の未知の崩壊特性を理論的にしっかりした根拠に基づいて高い精度で予測することが強く求められていたことがこの選択の背景にあった。個々の核の個性の記述を犠牲にするとはいえ、膨大な数の未知核の特性を平均として精度良く予測すること。筆者は、これは非常に賢明な選択であったと確信している。

それではまず第一に、本章(11)式をベータ崩壊定数λに対する表式に書き改める。

$$\lambda = \frac{m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} \sum_{i} \{ |C_{\rm V}|^2 \left| \int 1_j \right|^2 + |C_{\rm A}|^2 \left| \int \sigma_j \right|^2 \} f(E_{\rm I} - E_j).$$
 (14)

ここで行われたことは、(1) 一本一本の遷移ごとに連続スペクトルを持つ放出電子エネルギー E_e について積分を実行したこと、(2) 娘核中の遷移の行先である全準位 j についての和を取ったことである。このステップ (1) の積分の結果、積分されたフェルミ関数(Integrated Fermi-function)と呼ばれる $f(E_{\rm I}-E_j)$ が現れた。ここで E_I および E_j は、始状態と、それぞれ個々多数の遷移の行き先の準位 j のエネルギーである。また、これまでの自然単位系($\hbar=c=m_e=1$)を離れて \hbar 、c、 m_e (電子質量)をあらわに記すとともに、結合定数 G に替えてベクトル型の結合定数 C_V 、軸ベクトル型の結合定数 C_A を導入した。

4.1 ベータ強度関数の導入

大局的理論ではベータ強度関数という概念が理論展開の基軸となる。ベータ強度関数の導入は、遷移の行き先に関する和 \sum_j を、以下のように積分 $\int_{-Q}^0 \sim dE$ で置き換えることによって行われる。

$$\lambda \approx \frac{m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} \int_{-C}^{0} \{ |C_{\rm V}|^2 |M_{\rm F}(E)|^2 + |C_{\rm A}|^2 |M_{\rm GT}(E)|^2 \} f(-E) dE \tag{15}$$

今後本章では、遷移エネルギー $E=E_j-E_I$ が主たるエネルギー変数となる。ベータ崩壊が起きる限り、E は必ずマイナスであり、その変域は $-Q \le E \le 0$ である。ここで Q は当該ベータ崩壊の Q 値であり、親核中性原子と娘核中性原子の質量差として定義される。そして、ここに現れる $|M_{\rm F}(E)|^2$ 、 $|M_{\rm GT}(E)|^2$ がベータ強度関数である。

べータ強度関数は核行列要素($\int 1$ や $\int \sigma$)の絶対値の二乗に、エネルギー E の近傍での準位密度を乗じたもので、大局的理論に関わる文献以外では $S_{\beta}(E)$ などと記される場合が多い。絶対値の二乗に準位密度(ふつうエネルギーの連続関数と見做される)を乗じたものを、 $|M_{\Omega}(E)|^2$ のように、それ自体が絶対値の二乗であるかのように記すことに違和感があろうが、歴史的事情も含め原論文に準じる。さらに、すでに見た \mathbf{RaE} (図 3)のように遷移の行

先きが娘核の基底状態だけしかないような場合、強度関数は E=-Q に鋭いピーク (あるいは細い柱状分布) が一本あるだけの図となり、有用な概念とは考えにくい。じっさい、強度関数は大きな Q 値を有し、娘核のエネルギーの高い稠密な励起状態への遷移が重要となる短寿命核に対してはじめて意味を持ってくると言える。

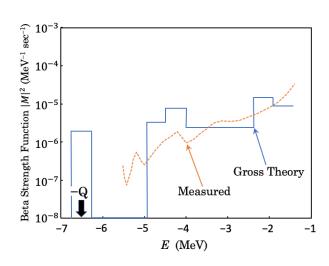


図 8 大局的理論による強度関数計算例 (186 Au) 文献 [12] から読み取り再現された概形。遷移エネルギーは親核の基底状態から測り負値である。測 定値 (点線) は Duke らによるもの [21] である。

先取りになるが、大局的理論で計算された強度関数の例を図 8 でまず見ておこう。ここに見られる強度関数の構造については後に 4.3 節で述べる。付言すると、(15) 式の積分中に現れる Integrated Fermi-function f(-E) の値は個々の遷移のエネルギー(E の絶対値)とともに急速に増大するので、図 8 の左にゆくほど強度関数の λ への寄与は急速に増大してゆく。ここで導入したベータ強度関数さえ得られれば、これを用いて我々が応用上必要とする殆どのベータ崩壊特性量が計算できる。

4.2 総和則に基く展開の道すじ

それではベータ強度関数をどのように 求めるか。これが本章後半の主題となる。

これからは話を β^- に限り、まず許容遷移から初めてゆこう。理論の導き手となる「波動関数の直交完全性に基き物理量の総和あるいは積分値を与える法則」すなわち総和則を導入して大局的理論展開への道筋を示す。

以下、 Ω を Fermi および GT 遷移の演算子、遷移前の全波動関数を Ψ_I (ふつう基底状態)、遷移後のそれを Ψ_j として、下記の(16)式のような量を計算してみる。第 4.1 節冒頭で述べた通り遷移エネルギー E は親核の基底状態から測ったエネルギーであるので、エネルギー的に許容される遷移に対してはつねに負値となる。しかし、積分範囲を負値に限定せずに $-Q \leq E < \infty$ として娘核の全量子状態をカバーすることによって、総和則の援用が可能となると同時に、既に紹介した IAS や GTGR に関わる知見や (n,p) 実験から得られる知見と繋がり、その結果いろいろなことがわかって来る。

$$\int_{-Q}^{\infty} |M_{\Omega}(E)|^{2} dE \approx \sum_{j} (\Psi_{I}, \Omega^{\dagger} \Psi_{j}) (\Psi_{j}, \Omega \Psi_{I})$$

$$= (\Psi_{I}, \Omega^{\dagger} \Omega \Psi_{I})$$

$$= D$$
(16)

1 行目の ≈ は大局的理論で行われる近似 (終状態についての和から遷移エネルギーに関する 積分への移行) および強度関数の定義に残る曖昧さに由来するもので、併せて「大局近似」と 呼ぼう。 1 行目から 2 行目へは $\Psi(E)$ が完全規格化直交系をなすことを使ったが(総和則)、このとき連続状態を含む全ての状態を含めなければならないので、記号 \sum_j は連続状態への積分も含意するものとする。式(16)は強度関数のノルムを与える。これを D と置こう。

次に、ベータ強度関数を重みにした(-Q から ∞ まで値域の拡張された)遷移エネルギー E の平均値、

$$\frac{1}{D} \int_{-Q}^{\infty} E|M_{\Omega}(E)|^{2} dE = \frac{1}{D} \sum_{j} (E_{j} - E_{I})(\Psi_{I}, \Omega^{\dagger} \Psi_{j})(\Psi_{j}, \Omega \Psi_{I})$$

$$= \frac{1}{D} \sum_{j} (\Psi_{I}, \Omega^{\dagger} \Psi_{j})(\Psi_{j}, [H, \Omega] \Psi_{I})$$

$$= \frac{1}{D} (\Psi_{I}, \Omega^{\dagger} [H_{C}, \Omega] \Psi_{I})$$

$$= \langle \Delta E_{C} \rangle \tag{17}$$

を考える。右辺2行目に現れる交換子 $[H,\Omega]$ 中の H は親核の全ハミルトニアンであるが、Fermi 遷移の場合、 Ω と交換しないのはその中のクーロンエネルギーパート H_C だけである (核力の荷電独立性による)。従って3行目は、Fermi 遷移 $(n\to p)$ によって生じるクーロンエネルギーの増加から中性子と陽子の質量差を引いたものになることを示している。原子核が古典的な半径 R の一様帯電球(総電荷 Ze)であり、 $(n\to p)$ によってその球体内に電荷 e が一様に生じると考えれば、親核の基底状態から測ったベータ崩壊後の原子核のエネルギー E_{IAS} は期待値 $<\Delta E_C>$ に等しく

$$E_{\rm IAS} = \langle \Delta E_C \rangle = \frac{6\alpha Z}{5R} - (m_n - m_p) \tag{18}$$

と計算される。ここで α は微細構造定数、第 2 項は中性子と陽子の質量差である。一方、この IAS ピークの幅 $\sigma_{\rm C}$ は次の式から評価できる。

$$\frac{1}{D} \int_{-Q}^{\infty} E^{2} |M_{\Omega}(E)|^{2} dE = \frac{1}{D} \sum_{j} (E_{j} - E_{I})^{2} (\Psi_{I}, \Omega^{\dagger} \Psi_{j}) (\Psi_{j}, \Omega \Psi_{I})$$

$$= \frac{1}{D} \sum_{j} (\Psi_{I}, [\Omega^{\dagger}, H] \Psi_{j}) (\Psi_{j}, [H, \Omega] \Psi_{I})$$

$$= \frac{1}{D} (\Psi_{I}, [\Omega^{\dagger}, H] [H, \Omega] \Psi_{I})$$

$$= \langle \Delta E_{C}^{2} \rangle . \tag{19}$$

これは(17)式の値の分散 $\sigma_{\rm C}^2 = <\Delta E_{\rm C}^2> -<\Delta E_{\rm C}>^2$ を与えるものであり(18)に準じて評価できる。Fermi 遷移ではこの分散は非常に小さく、従って IAS は $E_{\rm IAS}$ にあって幅 $\sigma_{\rm C}$ の鋭いピークを持つことになる(図 6 を参照されたい)。

GT 遷移になると事態は大きく変わる。遷移の演算子が $\Omega_{GT} = \sum_{k=1}^N \tau_+^{(k)} \sigma$ とスピン演算子を含むようになるため、遷移演算子 Ω_{GT} そのものが核力 (従って H) と可換でなくなる (たとえば LS 力を想起されたい)。そのため共鳴のピーク位置も変化するかも知れないし、ピークの幅 σ_{C} は間違いなく広がるだろう。ピーク位置については上げる要因も下げる要因

も考えられるが、大局的理論では GT 遷移でもピーク位置は $E_{\rm IAS}$ にあるとし、核力に起因するピーク幅の拡大は理論中唯一の任意パラメータとし、文献 [17] では執筆時点で利用可能な全てのベータ崩壊核の半減期を最も良く再現する値に崩壊核の偶奇性と質量領域ごとに定めている。

しかし、とりあえず IAS および GTGR の位置と幅が決まったとしてもそれだけで全てを再現することはできない。そこで大局的理論では (a) Gauss 分布、(b) Exponential 分布、(c) Modified Lorentz 分布、(d) Lorentz 分布の四つの関数形を仮定している。筆者らが、原子炉崩壊熱の総和計算に大局的理論を初めて用いたときは (c) を用いた [22]。

以上が大局的理論の大まかな道すじである。しかしこれだけではまだ足らず、強度関数を一粒子強度関数に分解し、フェルミ面近傍でのエネルギーの離散化やペアリング効果を考慮した上で強度関数を再構築する手続きが残っている。だがこれはかなり煩雑なプロセスである一方、大局的理論だけに特有なものでもあるため、時間のない読者は第4.3節をスキップし、直接第4.4節に行っていただいて構わない。

4.3 一粒子強度関数の導入と展開

第 4.1 節で f(-E) の値は個々の遷移のエネルギー (E の絶対値) とともに急速に増大するので、図 8 の左にゆくほど強度関数の λ への寄与は急速に増加すると述べた。

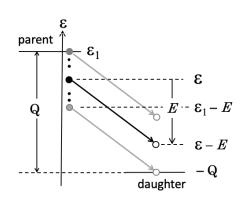


図9遷移エネルギーEと一粒子エネルギー ε E(図では値を固定)は親核の基底状態と娘核のある準位のエネルギー差で負値のときにのみ遷移が可能。

つまり、娘核の基底状態や低励起状態への遷移、図8の例で言えば図の左部分が重要となる。従ってこの領域のより現実的なモデル化が理論高度化の要諦となる。それを行なっているのが大局的理論第二論文 [23] である。中性子、陽子の一粒子的視点に立ち返ると、問題の領域とはそれぞれのフェルミエネルギー ε_F 近傍に他ならない。これから、崩壊時の親核と娘核の一粒子挙動を理論に反映する目的で、前節で導入した状態密度や強度関数をフェルミ面近傍近傍で一粒子からの寄与に分解し、エネルギーの離散化とペアリング効果を理論に取り込むことを考える。このために、まずベータ強度関数 $|M_{\Omega}(E)|^2$ を一粒子強度 $D_{\Omega}(E,\varepsilon)$ 、遷移する前の核子数密度 $\frac{dN_1}{d\varepsilon}$ それに行先 (遷移先)のパウ

リ排他律を表す因子 $W(E, \varepsilon)$ の三つの積の積分として

$$|M_{\Omega}(E)|^2 = \int_{\varepsilon_0(E)}^{\varepsilon_1} D_{\Omega}(E, \varepsilon) W(E, \varepsilon) \frac{dN_1}{d\varepsilon} d\varepsilon$$
 (20)

と表すが、 ε はベータ遷移に関わる核子の一粒子エネルギーであり、一方遷移エネルギー E (これは負値だから正確には -E) は β^- 遷移に際してそのすべてが電子と反ニュートリノに確率的に分配される。 ε と E との関係は少々ややこしい(図 9)。遷移エネルギー E は observable

であるが ε はそうではない。一粒子強度関数は式(20)を通じて式(16)~(19)の E に関する積分から決められるので明示的には ε に依存しない。

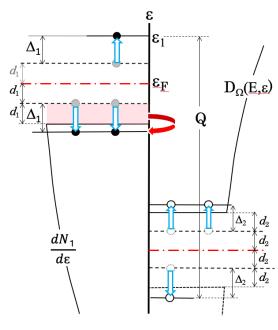


図 10 一粒子モデルの導入

話を具体的にして行こう。図 10 は中央 の ε 軸を境に、左側には崩壊する核子(こ こでは中性子)の状態密度 dN1 が(下付 の1は遷移前を表す) 、右半分は陽子 D_o(E,ε) の空孔(およびまだ占有されていない連続 状態)と一粒子強度関数 $D_{\Omega}(E,\varepsilon)$ とが組 み合わされて表されている。式(20)中で は $W(E,\varepsilon)$ がこの占有と非専有を分けるス テップ関数となっている。本節ではこの図 のように奇奇核 (odd-odd) が偶偶核 (eveneven) に崩壊する場合を例として取り上げ ている。左右にある赤の一点鎖線はフェル ミガスモデルにおけるフェルミエネルギー ε_F を表し、大局的理論では ε_F 直上、直 下の3核子(奇数の場合)ないし2核子 (偶数の場合)だけが離散準位にあるもの と考える。この図の場合一番エネルギーの 高い中性子は $\varepsilon = \varepsilon_1$ にあるが、この

ここからが重要な点だが、図左半分部の中性子に対しては $2d_1$ おきに一本ある離散準位に核子が一個入っている場合にはそのエネルギーは Δ_1 だけ押し上げられ、二個入っている場合には Δ_1 だけ押し下げられるとする。図右半部の空孔に対しては上げ下げが逆になるが、これら操作はライトブルーの矢印で示されている。これがペアリング効果の導入なのだが、詳細は稿末付録の p.ii-vi を参照されたい。 $\varepsilon_1-\Delta_1-2d_1$ と $\varepsilon_1-2\Delta_1-2d_1$ の間の中性子数(もはや整数ではない)はエネルギー $\varepsilon_1-2\Delta_1-2d_1$ の位置にデルタ関数の形で蓄積される(赤い曲がった矢印)。ところで d も Δ も親核の質量数 A のゆっくりした関数となっている。図 10 は $A \geq 100$ の場合(FP の多くがこの領域に入る)を例示しており、この領域では $\Delta \geq d$ となっていてデルタ関数が連続領域に沈み込んでいることに留意願いたい。(更に、上記の記述に加え、 $\varepsilon_1-\Delta_1-3d_1$ から $\varepsilon_1-2\Delta_1-2d_1$ までの薄い領域に関するいかにも大局的理論らしい細工が連続状態最上部の中性子対に関して成されているのだが、時間のある読者は稿末付録の図 14 と 15 およびこれらに関する説明をご参照いただきたい。)

ここから、図 10 で築いた舞台の中で起きる β^- 遷移を個々にに見て行くことにする。ここでもう一度、ベータ崩壊を引き起こす演算子は個々の核子だけに作用する演算子の単なる和であったことを想起願いたい。

- (1) まず図 11 であるが、遷移のタイプ (以下単にタイプと記す) a は最大の一粒子エネルギーを持つ中性子が最低エネルギーの陽子空孔に入る遷移である。遷移エネルギーの絶対値は最大でその値は Q 値そのものとなる。ここで図 8 を参照されたい。-6.5MeV あたりの柱状ピーク(広いビン構造での計算のため柱状)がこのタイプ a に対応する。そして a のすぐ上 (右) に広いギャップがあるのが odd-odd 核のベータ強度関数 (の計算値の) 特徴である。
- (2) 図 12 であるが、これはエネルギー $\varepsilon_1-2\Delta_1-2d_1$ に集積している中性子が右側の陽子の離散準位の空孔に遷移する状況を表している。このうちタイプ c は、図 11 中のタイプ b とともに図 8 の $-4\sim-5{\rm MeV}$ の柱状ピークを成しているものと考えられる。
- (3) 図 13 は、親核の連続状態にいる中性子が娘核の離散空孔へ遷移する状況を表している。このタイプ e と f に由来する強度関数の計算式は中性子の連続な始状態に関する積分で表され、e は図 8 に即して言うならば -5 MeV までのギャップから上(右)の全状態をカバーし、f は遷移エネルギーの絶対値の小さな右端の領域でこれに加わる。
- (4) 図 14 は、連続状態にいる中性子が空の陽子の連続状態に遷移する場合である。図は遷移エネルギー E (E < 0) を固定して描いているので、行先の一粒子エネルギー ε に関する積分は ε_1 Δ_1 $3d_1$ < ε < ε_1 Δ_1 E であり遷移を表す右下向き矢印を常に平行に保ったまま行う必要がある。この強度関数は図 8 右側の領域に上乗せされる。

以上、煩雑な記述となったが、それでもまだ図 11 ~ 図 14 中に現れながら、(1) ~ (4) で 言及しきれなかったタイプも残る。しかし、これらを含めた全タイプが大局的理論では必要 とされるので、全てのタイプの説明と遷移強度式の導出については稿末資料に譲りたい。興味があればご参照いただけるとありがたい。

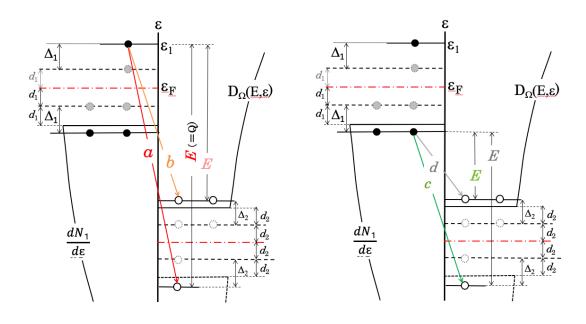


図 11 一粒子モデルでの odd-odd の崩壊 (1) 図 12 一粒子モデルでの odd-odd の崩壊 (2)

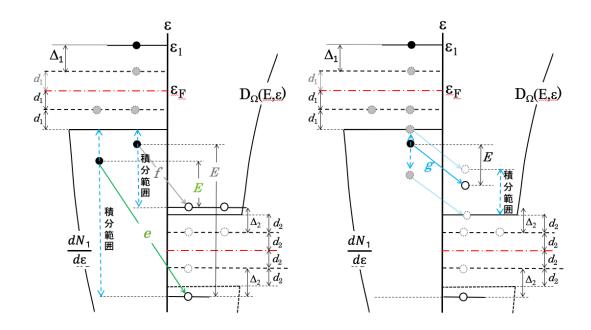


図 13 一粒子モデルでの odd-odd の崩壊 (3) 図 14 一粒子モデルでの odd-odd の崩壊 (4)

4.4 再び第一禁止遷移について

第 3.3 節で、重い核($A \gtrsim 40$)では GT 遷移が Fermi 遷移を圧倒し、さらに第一禁止遷移 が崩壊特性に無視できない寄与をしていることを述べた。第一禁止遷移の大局的的理論は高橋によって展開されており [24]、本節ではそれを概観する。

第 3.3 節で述べた第一禁止遷移の核行列要素は、(a) 出発点である式(10)の右辺のベクトル項(γ_{μ})に由来する 2 タイプ $\int \alpha$ と $\int r$ 、(b) 軸ベクトル(擬ベクトル)項($\gamma_{\mu}\gamma_{5}$)に由来する 4 タイプ $\int \gamma^{5}$ 、 $\int \sigma \cdot r$ 、 $\int \sigma \times r$ 、 $\int B_{ij}$ の 2 種類に分類される。

(a) まず $\int \alpha$ に着目する。 α は核子の四元スピノルの上 2 元の大きな成分と下 2 元の小さな成分を結びつける機能を持った 4×4 行列である。核内核子の Dirac 方程式の解が前提となるならば、これはのっけからなかなか厄介な計算になると思われる。そこで高橋は CVC(Conserved Vector Current) 理論から導かれる関係式 [25] である

$$\int \alpha = i \frac{\Lambda_{\mathbf{v}} \alpha Z}{2R} \int \mathbf{r} \tag{21}$$

に着目する。ここで R は核半径、 α は微細構造定数、Z は親核の陽子数、 $\Lambda_{\mathbf{v}}$ は推定可能な定数である。この右辺の $\int \mathbf{r}$ は原子核の双極子光吸収プロセスの一粒子強度関数 $f_{0j}=\frac{2M}{3\hbar^2}(E_j-E_0)|r_{0j}|^2$ との関連を強く示唆している。ここで M は核子質量、 E_0 と E_j は初期および j 番目の終状態のエネルギーである。実際、高橋は光吸収プロセスの大局的理論を展開し、その議論と並行したかたちで第一禁止遷移の大局的理論を構築した。結果として現れるのはなだらかな二山分布を持つ一粒子強度関数

$$D_{\gamma}(E,\varepsilon) = \frac{1}{1+x} [D_{\gamma+}(E,\varepsilon) + xD_{\gamma-}(E,\varepsilon)]$$
 (22)

であり、x は 0 と 1 の間のパラメータである。

(b) 次に、軸ベクトル型の各行列要素に関しては、PCAC(Partially Conserved Axial-Vector Current) 理論から、 $\int \gamma^5$ と $\int \sigma \cdot r$ の間に、いま述べた $\int \alpha$ と $\int r$ の関係に類似した関係が示唆されている [25]。この関係を手掛かりとして、積分中に現れるパウリ行列の影響にも配慮しつつ、軸ベクトル項由来の上記の全 4 タイプの核行列要素を構築することができた。

これら総計 6 タイプの核行列要素を第 4.1 節の式(20)中の $D_{\Omega}(E,\varepsilon)$ と置き換え、以降の同節の手続きを繰り返せば、第一禁止遷移を理論の中に取り込む込むことができる。その際、式(11)中に現れた補正因子 $C(Z,E_e,E_0)$ は遷移のタイプごとに大きく異なる [2] ことを付言しておく。

5. ベータ崩壊の大局的理論の発展とその応用

5.1 その後の理論的展開

前章まで大局的理論の揺籃から完成までの概要を述べてきた。ここまでの成果が第一世代の大局的理論(GT1)とも呼ぶべきもので、一つの完成型であると言える。これには多くの応用実績があるが、開発者自身による応用実績としては文献[26]があり、この理論で計算されたベータ崩壊核の半減期が網羅的に当時最新の実験値と比較・提示されている。しかし、大局的理論にはその後も改良が加えられて現在に至っており、近年はその第二世代(GT2)が広く用いられている。この「第二世代」という言葉にどこまでの進展が含まれるのかやや曖昧な点も残るが、本節ではこれを中心にその後の進展に焦点を当てよう。

大局的理論の改良に関わる文献は多く存在するが、ここでは次節の内容に直接関わる 2 文献と最新の文献 1 件に話題を絞ろう。まず、第 3.2 節で述べたように、GTGR 存在の実験的確認は大局的理論の確立に遅れること 10 年後の Horen らによる測定まで待たなければならなかった。その後、多くの (p,n) 反応断面積測定により重い核での GTGR の存在とその普遍性、更にはその詳細が分かってきた。大局的理論は GTGR の存在と普遍性を予言する立場から、GTGR 測定結果を理論に取り込む立場に変わった。その好例は橘らの文献であろう [27]。象徴的なのは GTGR のピーク位置を、IAS の位置ではなく、そこから $E_{GTGR} = -30(N-Z)/A + 6.7$ MeV 移動させたことである。また、強度関数のテイルが GT1 で予想していたより長いことともあわせ、一粒子強度関数に立ち戻ってより厳密に再構築された。この時、分布関数として従来想定された Gaussian や Modified Lorentzian が捨てられ、より長いテイルを引く hyperbolic-secant 関数が新たに導入された。更に一粒子強度関数の総和則がより厳密に保証されるよう改良された。

もう一件、ここで紹介したい論文は筆者も大変お世話になった NTY-treatment (本稿では NTY 処方とした)を論じた中田-橘-山田論文 [28]である。筆者が大局的理論を適用したのは すべて、崩壊熱、遅発ガンマ線スペクトル、原子炉ニュートリノといった FP 核種の集団挙動 (への応用)であった。このとき、質、量ともに一番活躍するのが奇奇核である [16]。次節で具体的に言及する三核種、⁹⁰Br、⁹²Rb、⁹⁶Y すべてが奇奇核であるのは象徴的である。崩壊しようとする核が奇奇核であれば娘核は偶偶核であり、したがって遷移の行先として全体に最も大きく影響するのはスピン・パリティ0+の基底状態、これに続くのが 2+の第一励起

状態である。したがって親核のスピン・パリティが分かっていれば、選択則からあまたある 核行列要素($\int 1$ 、 $\int \sigma$ 、 $\int \alpha$ 、…… $\int B_{ij}$)のうち、どれがどう活躍するのかが決まってくる。 つまり親核のスピン・パリティは当該ベータ崩壊の特徴を大きく左右し、崩壊の特徴を予測 する貴重な情報となる。これを纏めたのが図 15 である。

Spin parity of the parent nucleus JP	Ground state of the daughter nucleus 0+	First excited state of the daughter nucleus 2+	O-O JP
0+	Fermi		\\ 2 ⁺
0-	1st forbidden rank 0	[1st forbidden rank 2]	\(\frac{1}{0} + \)
1+	Gamow-Teller	[Gamow-Teller]	E-E
1-	1st forbidden rank 1	[1st forbidden rank 1 & 2]	
2+		Fermi & Gamow-Teller	[]: Transition
2-	1st forbidden rank 2	1st forbidden rank 0, 1 & 2	neglected in the calculation because
3+		Gamow-Teller	the effect is very small.
3-		1st forbidden rank 1 & 2	
4-		1st forbidden rank 2	———: Transition is highly forbidden
4+, 5± ≦			which is not taken into account now

図 15 NTY 処方の一覧

最近の進展として文献 [29] を挙げておこう。小浦らはここで一粒子殻モデルにおけるパリティ変化というミクロな効果を大局的理論の構成の内に持ち込む試みを行なっている。ミクロレベルの知見をマクロな構成の中にどう持ち込むかという課題解決は今後の進展のために避けては通れないであろう。

5.2 ベータ崩壊諸特性の計算とその応用

大局的理論の計算結果で読者諸氏に最も馴染みがあるのはのは、おそらく「核図表」[30] であろう。そこには、半減期すら知られていない、あるいはその存在のみが確信されているだけの、膨大な数のベータ不安定核(β^- 、 β^+ 、electron-capture)に対して、大局的理論で計算された半減期が網羅的に掲載されている。この計算には前節で紹介した第二世代の大局的理論が使われている [31]。

我が国の核データ活動(本誌の刊行もその一部)がその領域を中性子反応以外にも大きく広げたのは1970年代末であり、シグマ委員会に「崩壊熱評価ワーキンググループ」が創設されたのがそのが嚆矢となった。以降、大局的理論は崩壊熱、遅発ガンマ線・ベータ線スペクトル、遅発中性子発生量等の計算に広く応用されてきた([22],[32],[33] など)。この分野で我々はパンデモニウム問題という大問題と遭遇することとなったのであるが[34]、これについては既に本誌にも何度か書いている[35]のでここでは割愛する。なお、本題からは外れるが一つだけ紹介させておいていただきたいのが、パンデモニウム問題を克服できる最も強力かつ現実的な測定法 TAGS(Total Absorption Gamma-ray Spectroscopy)についての初めての総括

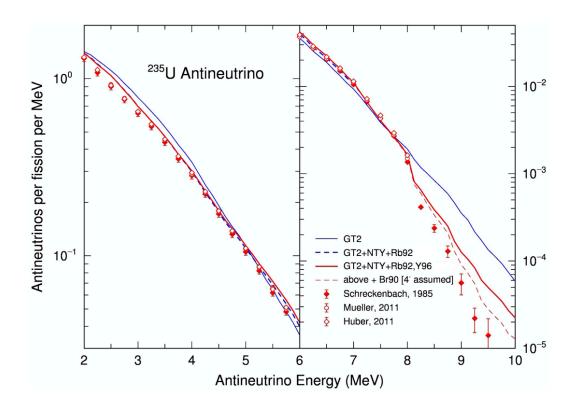


図 16 炉心近傍で照射中の 235 U サンプルからの反ニュートリノのエネルギースペクトル 特異な挙動をする 92 Rb と 96 Y については測定値 [41] で強度関数を補正した例も示した。

的なレヴューが、いま最もアクティブな TAGS 測定グループである Valencia 大学の Algora 氏 らによって脱稿されたことである [36]。このレビューは本稿の掲載に前後して刊行されよう。

最後に、本節では大局的理論を核データ評価に応用する際の大きな利点とともにその限界をも明示する格好の例として、原子炉ニュートリノスペクトルの大局的理論計算 [37] を紹介させて頂きたい。図 16 は運転中の高中性子束炉で照射下にある ²³⁵U サンプルからの反ニュートリノのエネルギースペクトルを第二世代大局的理論の計算値と比較したものである。これは反ニュートリノの直接測定ではなく、測定されたのはベータ線スペクトルで、測定者Schreckenbach[38] をはじめ、Nantes 大 Mueller ら [39]、Virginia 工大 Huber[40] によって、それぞれ反ニュートリノスペクトルに変換されたものである。この図から読みとれる事柄を箇条書きして行こう。赤の実線をこの計算のスタンダードとして見ていって頂きたい。

- (1)第 4.1 節に記したように、Q 値が小さな核($Q \leq 3$ MeV 程度か)では「大局近似」の有効性に問題があり、これに該当する核種の寄与の大きな 3 MeV 以下では赤と青(NTY 処方ある無しとも)の実線と測定値とのズレが目立つ。
- (2) しかし、前節で紹介した NTY 処方の導入により、3MeV を過ぎるあたりから赤実線の回復が目立つ。これは、寄与している多数の核のスピン・パリティ実験情報が計算に反映されされて行くためである。
- (3) $4\sim8$ MeV は大局的理論が最も安定して適用できる領域である。しかし、5 MeV を超えると第一禁止転移であるにも拘らず基底に90%以上遷移する 92 Rb、 96 Yの寄与が大きく、そのため最近のTAGS測定値[41]で強度関数を補正した(GT2/NTY計算では50%をなかな

か越えない)。本図のように対数スケールで見る限り、その効果はそう大きくはないのだが、検出可能領域が $2\sim 8$ MeV に限定され、高い精度が要求される原子炉ニュートリノへの応用では有意な差である。この ORNL-Warsaw 大グループ (92 Rb、 96 Y) に加え、Nantes-Valencia 大グループ (92 Rb) [42] もがほぼ同時期に TAGS 測定を行なった所以である。

- (4) 8MeV を超えると測定値は急激に減少し、ニュートリノ振動実験解析や原子炉監視など応用上は無視できる。しかし GT2 の検証の観点では興味深く、NTY 処方なしではまったく実験値を追従できない。
- (5)この8MeV以上では⁹⁰Brの寄与がドミナントである。この核の基底状態スピン・パリティは不明のためNTY処方を適用できない。そこでNordheim[43]の処方でそのスピン・パリティを 4⁻ と推定しNTY処方を施した結果が赤の波線である。この8MeV以上のようにごく少数の核の寄与で全体の状況が決まる場合には核種同士の個性の相殺による平均化が機能しないので、平均理論である大局的理論が苦手とする領域となる。

6. おわりに

大局的理論は、アイソスピンが重い核においても(かなり)良い量子数であること、およびガモフ・テラー巨大共鳴の存在とその普遍性、とを前提として構築された。理論の成功はその前提の正しさを強く示唆し、それまで謎であった許容遷移の強い抑制(当時'hinderance'という言葉が頻繁に取り上げられていた)の理由を説明していた。しかし筆者が驚くのは、その同じ理論が原子力から宇宙物理まで広い領域でたいへんに役立つということである。大局的理論は二兎を追って二兎を得たのである。山田先生のアメリカ時代の上司は Katharine Way であった。Way 女史はあの Eugene Wigner と共著で FP 崩壊熱に関する(おそらく)世界で最初の学術論文を 1948 年フィジカルレビュー誌に書き、その後、米国核データの産みの親の一人となった方である。そして上記の「前提」の淵源は 1937 年に Wigner によって提唱された Super-Multiplet 理論にある。筆者はここにどうしても因縁めいたものを感じてしまうのだ。

本稿は長すぎた拙稿であり、山田先生の思い出に捧げることのできるような水準のものではない。この点は先生にも読者諸氏にもお詫びしなければならない。今年、2021年の正月、この稿のペンを置くが、それはちょうど先生の一周忌にあたる。

参考文献

- [1] Fermi, E., Z. Physik. **88** (1934) 161
- [2] Konopinski, E.J., Uhlenbeck, P.G., Phys. Rev. 60 (1941) 308
- [3] Petschek, A.G., Marshak, R.E., Phys. Rev. 85 (1952) 698
- [4] Yamada, M., Progr. Theor. Phys. **10** (1953) 252
- [5] Plassmann, E.A., Langer, L.M., Phys. Rev. 96 (1954) 1593

- [6] Lee, T.D., Yang, C.N., Phys. Rev. 104 (1956) 254
- [7] Wu, C.S., et al., Phys. Rev. 105 (1957) 1413
- [8] 山田勝美,森田正人,藤井昭彦『ベータ崩壊と弱い相互作用』(培風館,1974)
- [9] Feynman, R.P., Gell-Mann, M., Phys. Rev. 109 (1958) 193
- [10] Sudarshan, E.C.G., Marshak, R.E., Phys. Rev. 109 (1958) 1860
- [11] Goldhaber, M., Grodzins, L., Phys. Rev. 60 (1941) 308
- [12] 山田勝美,『ベータ崩壊強度関数』, 物理学最前線 8 (大槻祥彦編) (共立出版,1984) pp.153-212
- [13] Anderson, J.D., Wong, C., Phys. Rev. Lett. 7 (1961) 250
- [14] Ikeda, K., Fujii, S., Fujita, J., Phys. Rev. 133 (1964) 549
- [15] 山田勝美、早稲田大学理工学研究所報告、No.31/32 (1965) 146
- [16] Yoshida, T., Tachibana, T., Hagura, N., Chiba, S., Progr. Nucl. Energy 88 (2016) 175
- [17] Takahashi, K., Yamada, M., Progr. Theor. Phys. 41 (1969) 1470
- [18] Horen, D.J., Goodman, C.D., Foster C.C. et. al., Phys. Lett. B 95 (1980) 27
- [19] Ikeda, K., Progr. Theor. Phys. **31** (1964) 434 **60** (1941) 308
- [20] Blin-Stoyle, R.J., Nair, S.C.K., Advances in Phys. 15 (1966) 493
- [21] Duke, C.L., Hansen, P.G., Nielsen, O.B., Rudstam, G., Nucl. Phys. A151 (1970) 609
- [22] Yoshida, T., Nakasima, R., J. Nucl. Sci. Technol. 18 (1981) 393
- [23] Koyama, S.I., Takahashi, K., Yamada, M., Progr. Theor. Phys. 44 (1970) 663
- [24] Takahashi, K., Progr. Theor. Phys. 45 (1971) 1466
- [25] Ahrens, T., Feenberg, E., Phys. Rev. **86** (1952) 64
- [26] Takahashi, K., Yamada, M., Kondoh, T., Atom. Data Nucl. Data Tables 12 (1973) 101
- [27] Tachibana, T., Yamada, M., Yoshida, Y., Progr. Theor. Phys. 88 (1990) 641
- [28] Nakata, H., Tachibana, T., Yamada, M., Nucl. Phys. A 594 (1995) 27
- [29] Koura, H., Chiba, S., Phys. Rev. C 95 (2017) 064304
- [30] Koura, H., Tachibana, T., Katakura, J-I., Minato, F., Chart of the Nuclides 2014 (核図表), Japan Atomic Energy Agency

- [31] Tachibana, T., Yamada, M., Proc. Int. Conf. on exotic nuclei and atomic masses, Alres (1995) 763
- [32] Katakura, J., England, T.R., Augmentation of ENDF/B Fission Product Gamma-Ray By Calculated Spectra, LA-12125-MS, ENDF-352 (1991) Los Alamos National Laboratory
- [33] Jordan, D., Algora, A., Tain, J.L., Rubio, B. et al., Phys. Rev. C 87 (2013) 044318
- [34] Yoshida, T., Nichols, A., Assessment of Fission Product Decay Data for Decay Heat Calculations, OECD/NEA report NEA/WPEC-25 (2007) Vol. 25 (NEA No. 6284)
- [35] 吉田正、 核データニュース 99 (2011) 1、同 120 (2018) 47
- [36] Algora, A., Tain, H.L. Rubio, B., Fallot, M., Gelletly, W., European Phys. Jour. A (2021) to be published
- [37] Yoshida, T., Tachibana, T., Okumura, S., Chiba, S., Phys. Rev. C 98 (2018) 041303
- [38] Schreckenbach, K., Colvin, G., Gelletly, W., von Feilitzsch, F., Phys. Lett. B 160 (1985) 325
- [39] Mueller, T.A., Lhuillier, D., Fallot, M., Letourneau, A., Cormon, S., et al., Phys. Rev. C 83 (2011) 054615
- [40] Huber, P., Phys. Rev. C 84 (2011) 024617
- [41] Rasco, B.C., Wolinska-Cichocka M., Fijałkowska, A., Rykaczewski, K.P., Karny, M., *et al.* Phys. Rev. Lett. **117** (2016) 092501
- [42] Zakari-Issoufou, A.A., Fallot, M., Porta, A., Algora, A., Tain, J.L., et al., Phys. Rev. Lett. 115, (2015) 102503
- [43] Nordheim, L.W., Phys. Rev. 78 (1950) 294